

Proprietà delle Stelle: relazioni massa-luminosità-raggio

Rosaria Tantalò

Dipartimento di Astronomia, Università di Padova

Adattamento di

Antonio Maggio

INAF – Osservatorio Astronomico di Palermo

Riepilogo delle formule

- Flusso da una stella di luminosità L a distanza d

$$f = \frac{L}{4\pi d^2}$$

- Magnitudine Apparente

$$m = -2.5 \times \log(f) + C$$

- Magnitudine Assoluta

$$F = \frac{L}{4\pi (10\text{pc})^2}$$

$$M = -2.5 \times \log(F) + C$$

- Modulo di distanza

$$M - m = 5 - 5 \times \log(d)$$

- Luminosità in "unità solari"

$$M_A - M_B = -2.5 \log\left(\frac{L_A}{L_B}\right)$$

$$\frac{L_A}{L_{\odot}} = 10^{-\frac{M_A - M_{\odot}}{2.5}}$$

- Colore e temperatura

$$B - V = M_B - M_V \propto 1/T$$

- Temperatura efficace

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$$

Riepilogo dei valori solari di riferimento

- Luminosità bolometrica: $L_{\odot} = 3.83 \times 10^{33} \text{ erg sec}^{-1}$
- Magnitudine assoluta: $M_{\odot} = +4.72$
- Raggio del Sole: $R_{\odot} = 7 \times 10^{10} \text{ cm}$
- Massa del Sole: $M_{\odot} = 1.989 \times 10^{33} \text{ g}$
- Temperatura centrale: $T_{\odot} = 4.4 \times 10^7 \text{ K}$
- Densità centrale: $\rho_{\odot} = 158 \text{ gr cm}^{-3}$

I Diagrammi HR



Hertzsprung

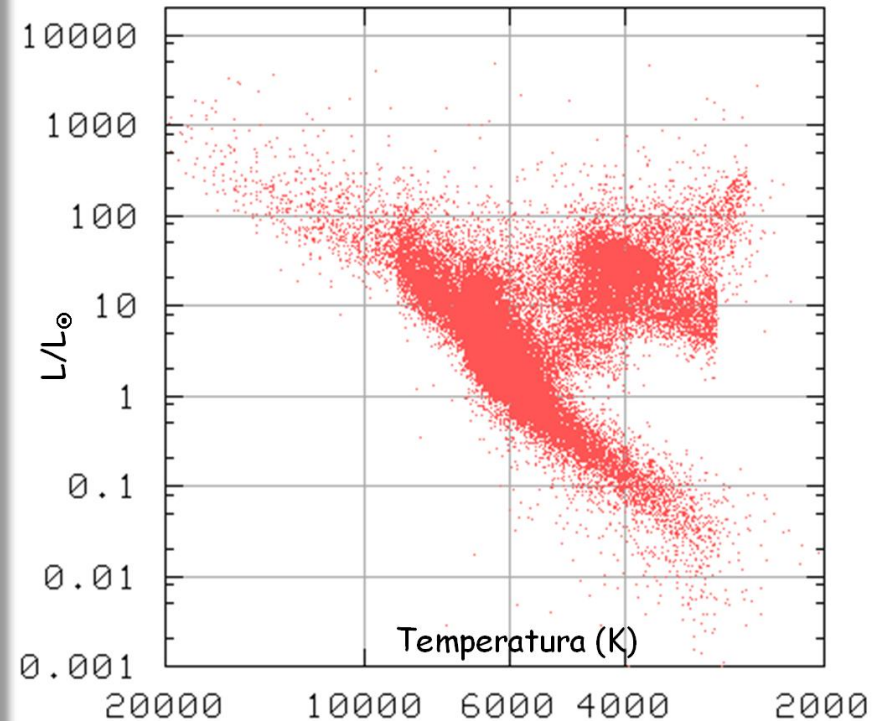
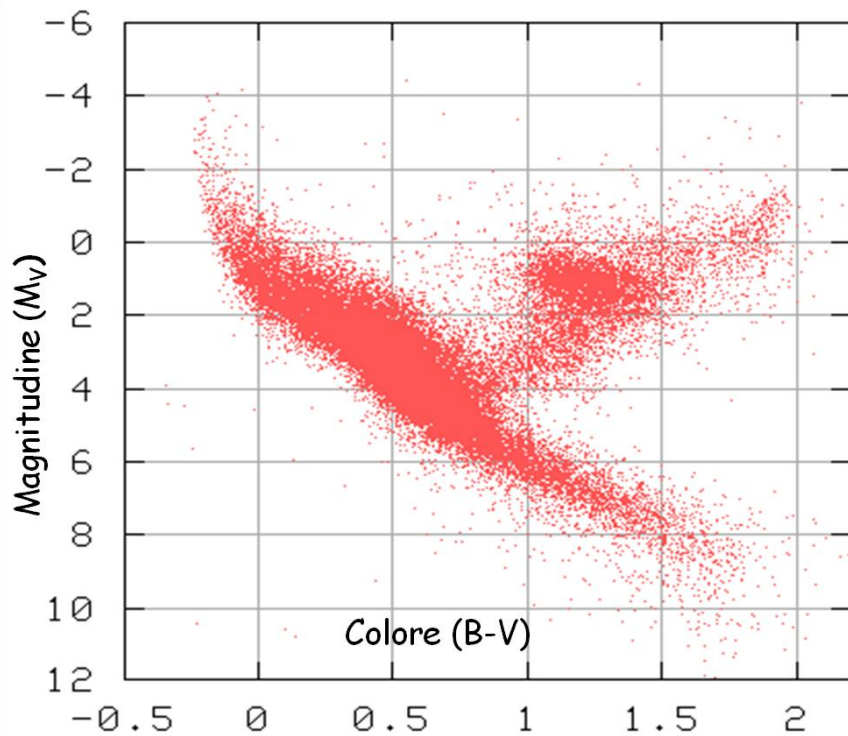
Questa importante scoperta in campo astronomico risale al 1913, quando il danese Ejnar Hertzsprung e l'americano Henry Norris Russell, indipendentemente l'uno dall'altro, confrontarono in un diagramma le due proprietà principali delle stelle:

- Temperatura (colore o tipo-spettale)
- Luminosità (magnitudine bolometrica assoluta)



Russell

Diagramma H-R



$$M_V = -2.5 \log \left(\frac{L_V}{L_{\odot}} \right) + M_{\odot}$$

$$B - V \propto \frac{1}{T_{\text{eff}}}$$

I Diagrammi HR

Se prendiamo un qualunque gruppo di stelle nel cielo, di cui conosciamo colore e magnitudine, possiamo sempre costruire un diagramma H-R.

Poiché in questi diagrammi stiamo mettendo a confronto le proprietà delle stelle fra loro, dobbiamo necessariamente far uso della **Magnitudine Assoluta** di ogni oggetto del gruppo che stiamo esaminando. Questo significa che dobbiamo conoscerne la distanza.

Ma la distanza è uno dei parametri più difficili da ottenere!

Ammassi stellari

In cielo si osservano gruppi di stelle particolari, che offrono il vantaggio di essere tutte quasi alla stessa distanza. Distinguiamo due tipi di ammassi stellari: "aperti" e "globulari".



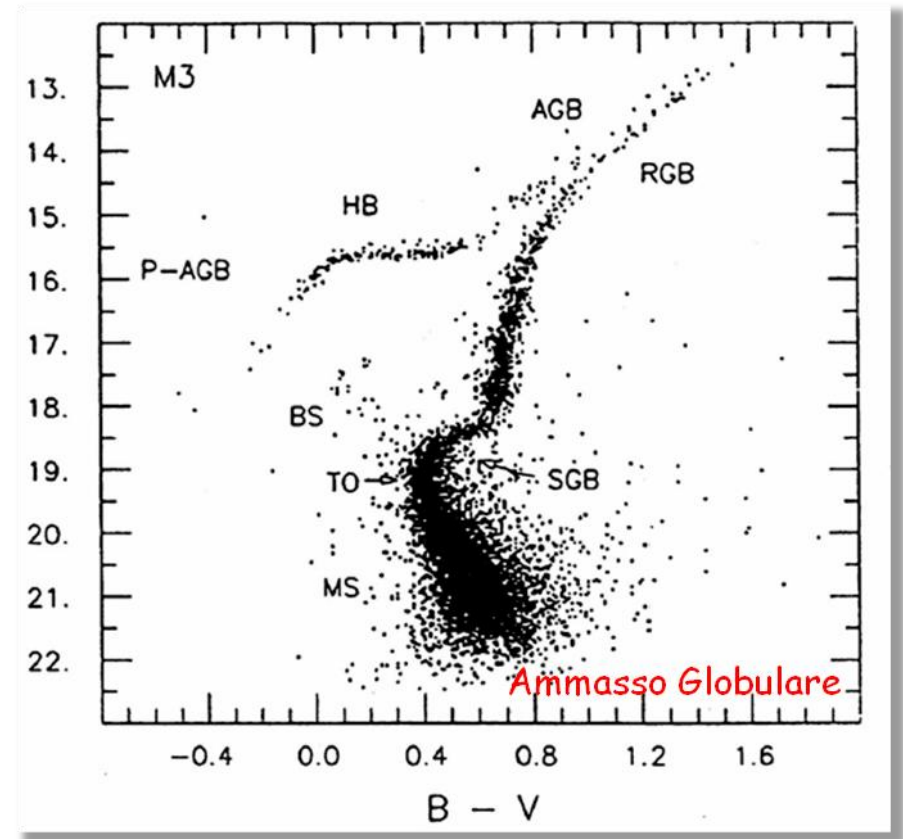
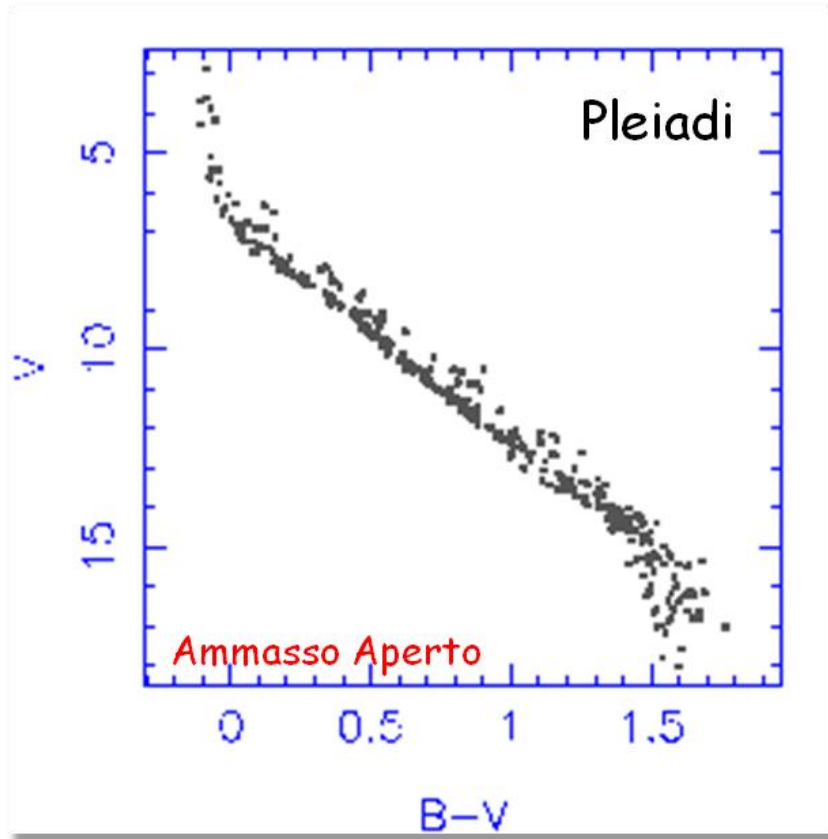
Ammassi aperti: sono di forma irregolare e formati da ~ 100 - 1000 stelle che sono relativamente "giovani"



Ammassi globulari: di forma sferoidale, formati da $\sim 10^4$ - 10^6 stelle che sono gli oggetti più "vecchi" della galassia

Diagrammi HR degli ammassi stellari

Le stelle in queste aggregazioni sono caratterizzate dall'essere tutte più o meno alla stessa distanza (modulo di distanza ~ costante), quindi il diagramma H-R costruito con la magnitudine apparente ha la stessa forma di quello che utilizza la magnitudine assoluta.

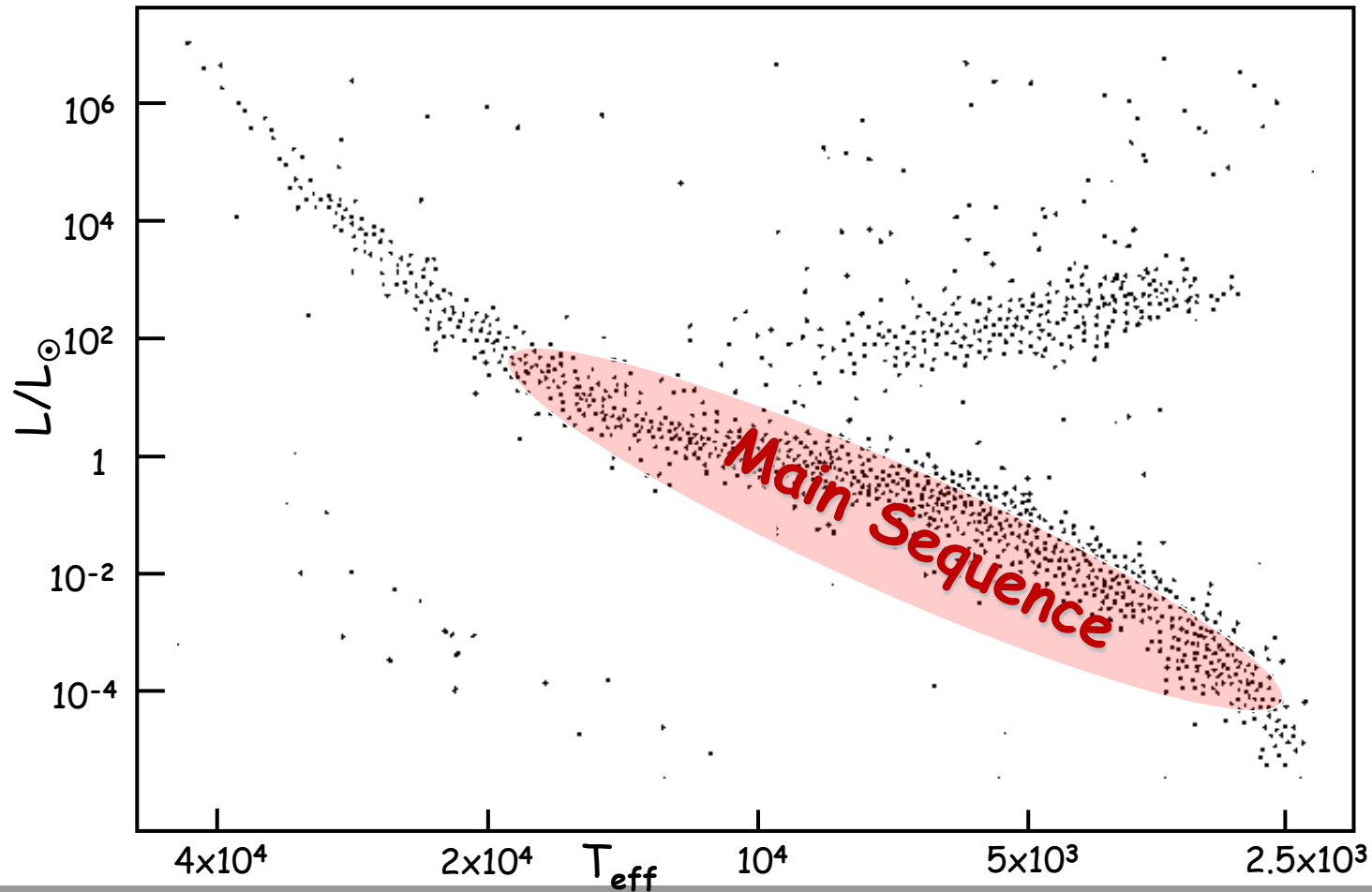


I Diagrammi HR

Se guardiamo il diagramma HR di un qualunque ammasso o associazione di stelle con più attenzione, si nota subito che le stelle tendono a distribuirsi solo in certe regioni del piano M_V -(B-V). Quindi solo certe combinazioni di T_{eff} e L sono possibili per le stelle.

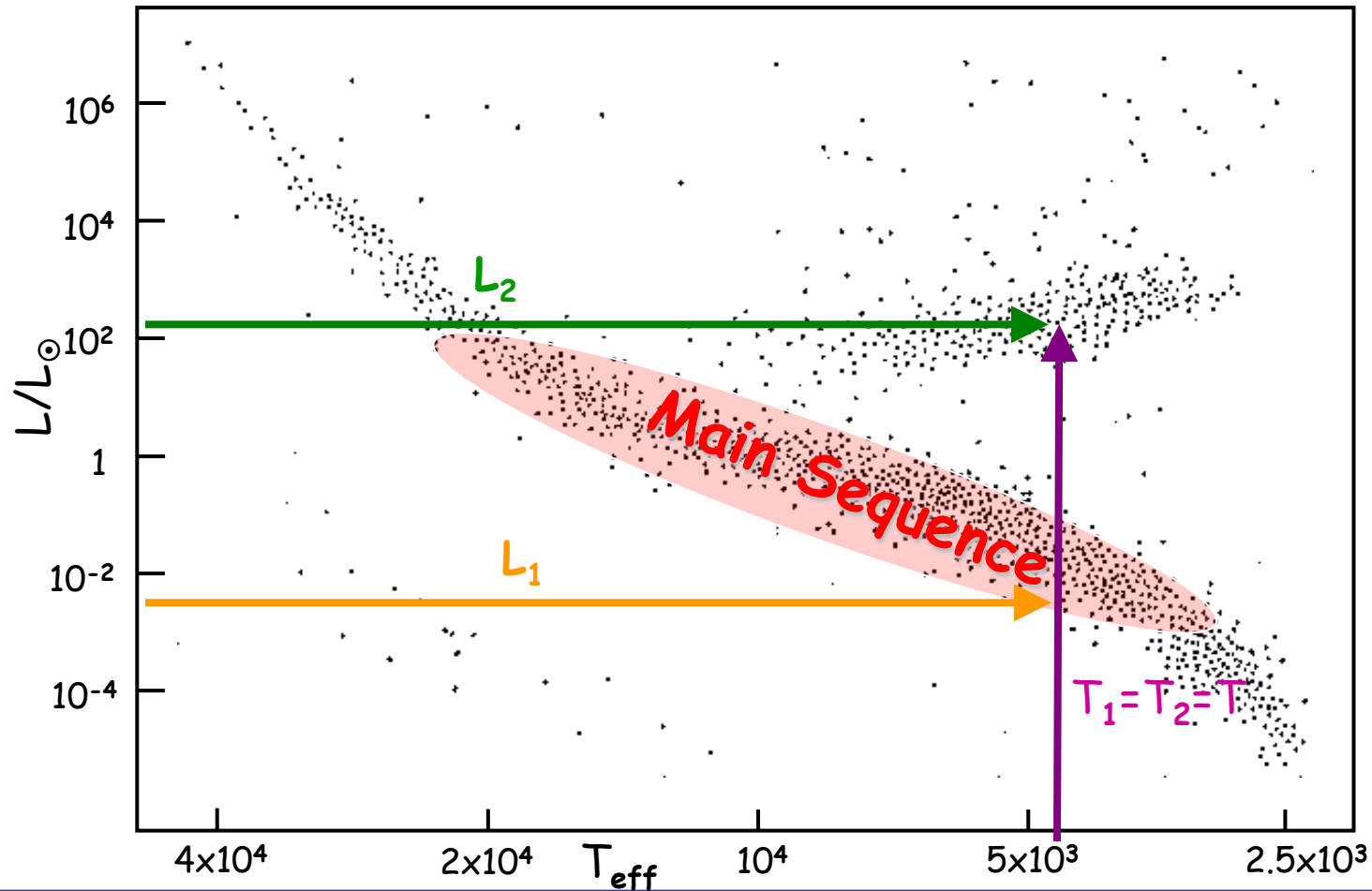
Vediamo in quali regioni del diagramma H-R si dispongono le stelle

La Sequenza Principale



Le leggi della fisica applicate alle stelle devono essere in grado di riprodurre la **Sequenza Principale (MS)**

Il ramo delle Giganti



Stelle più luminose di quelle della sequenza principale, a parità di T_{eff} . Di che si tratta?

I Diagrammi HR

A parità di T_{eff} , luminosità maggiore implica raggi più grandi: si tratta di stelle **GIGANTI**

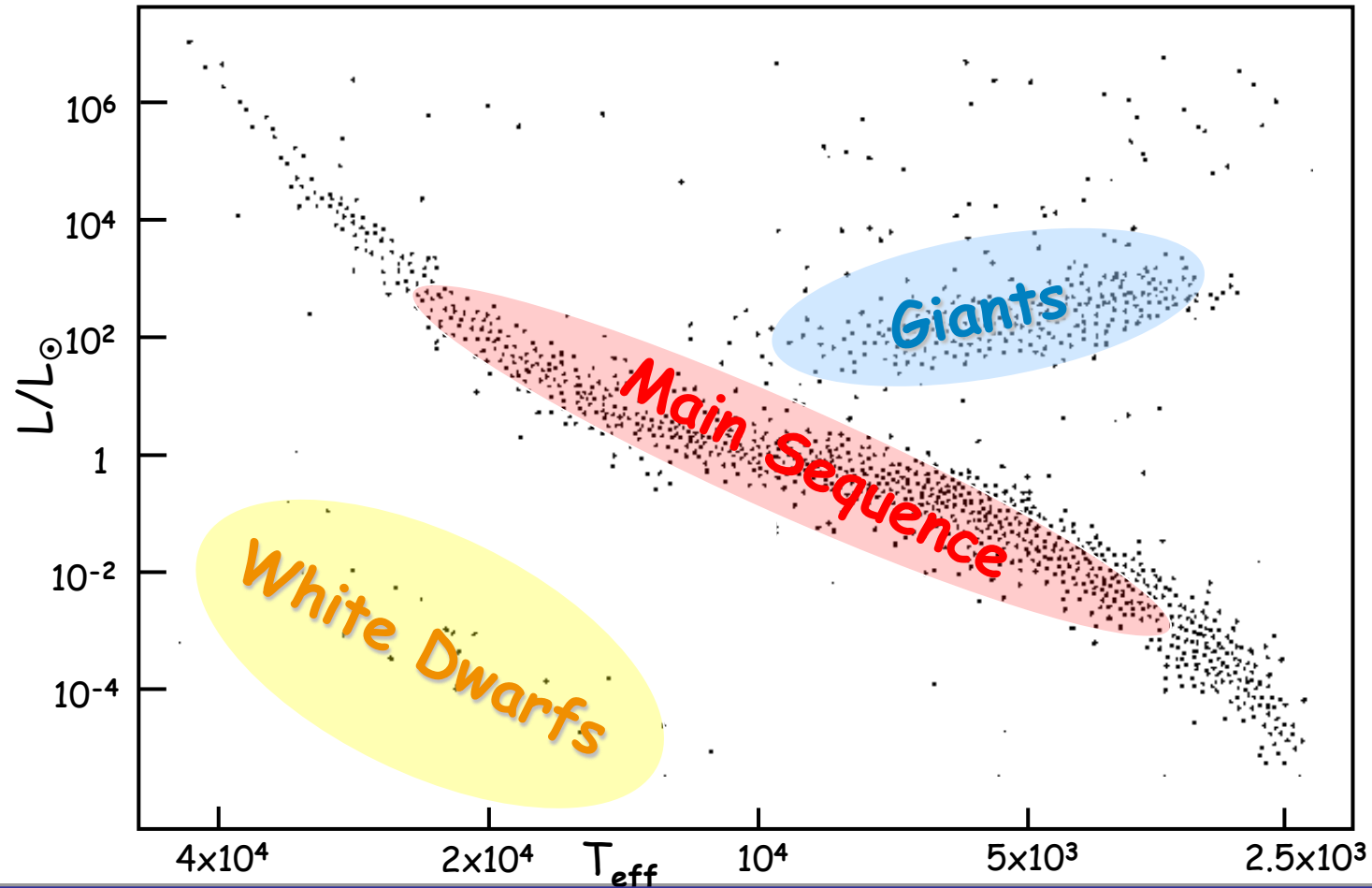
$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$$

Infatti:

se $T_1 = T_2$ ed $L_2 > L_1$

$$L_2/L_1 = (R_2/R_1)^2 > 1 \Rightarrow R_2 > R_1$$

Le Nane Bianche



Allo stesso modo si osservano stelle calde (colore "bianco") ma meno luminose di quelle della MS e quindi con raggi più piccoli: le **NANE BIANCHE**

Il Raggio delle Stelle

Abbiamo visto che la temperatura e la luminosità delle stelle nel diagramma HR sono ben definite.

Poiché esiste la relazione che lega la luminosità di una stella alla sua temperatura effettiva

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$$

è possibile individuare nel diagramma HR anche il luogo dei punti di raggio costante.

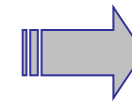
Il Raggio delle Stelle

Se fissiamo il raggio sul diagramma-HR possiamo tracciare delle rette di pendenza 4.

$$\begin{aligned}\log(L) &= 4 \log(T_{\text{eff}}) + 2 \log(R) + \log(4\pi\sigma) \\ &= 4 \log(T_{\text{eff}}) + \text{cost}\end{aligned}$$

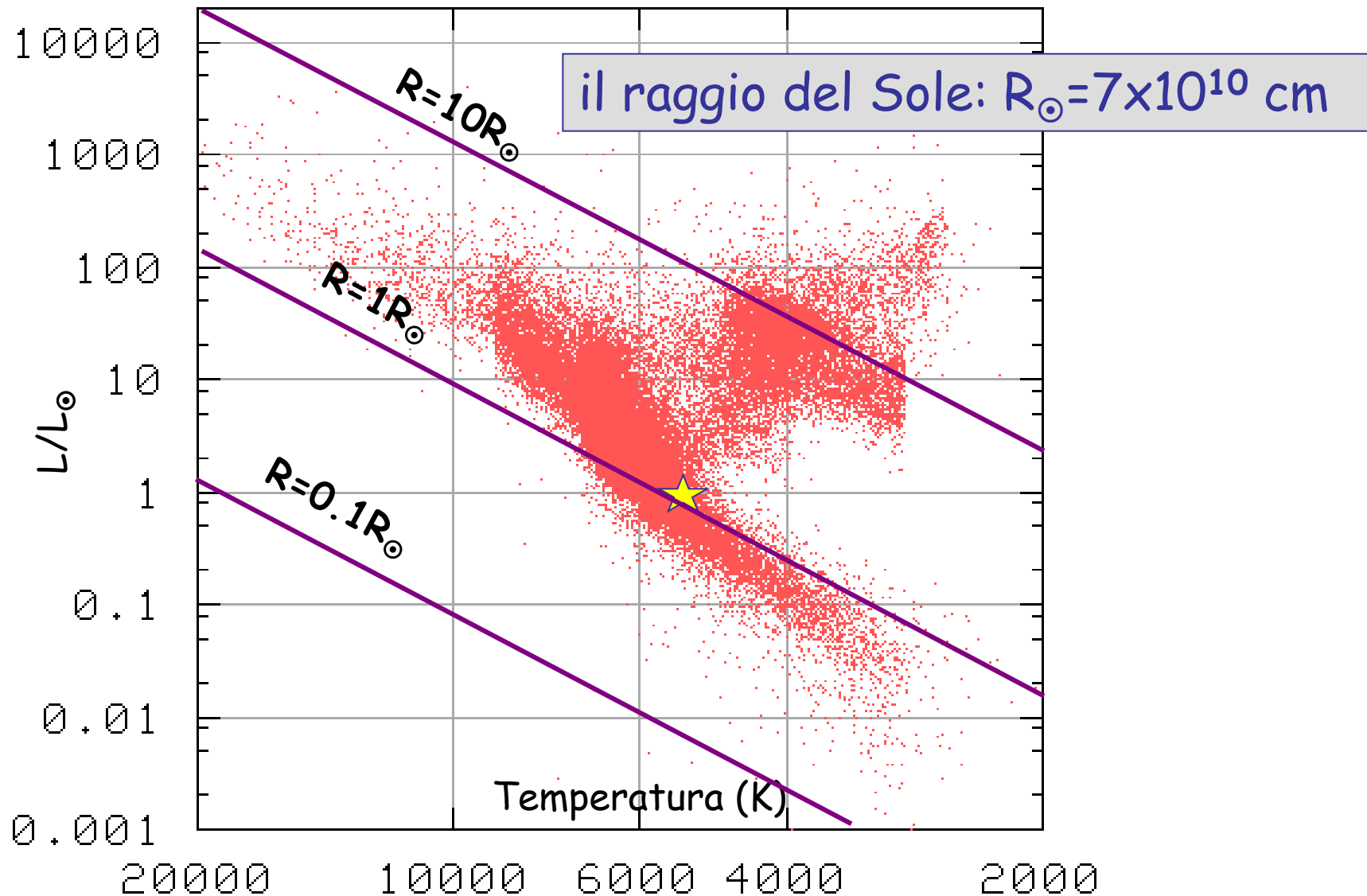
Se invece fissiamo la luminosità si trova che la temperatura sarà una funzione del raggio ($T_{\text{eff}} \propto R^{-0.5}$)

$$\begin{aligned}4 \log(T_{\text{eff}}) &= -2 \log(R) + \log(L/4\pi\sigma) \\ \log(T_{\text{eff}}) &= -0.5 \log(R) + \text{cost}\end{aligned}$$



$$T_{\text{eff}} \propto R^{-0.5}$$

Il Raggio delle Stelle



Il Raggio delle Stelle

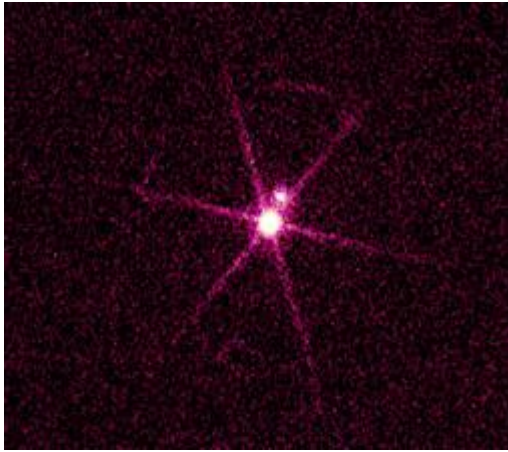
Concludendo, ogni punto nel diagramma HR è caratterizzato dall'aver temperatura (T_{eff}), luminosità e raggio ben definiti.

Quindi lo studio di questi diagrammi consente di ottenere una stima del raggio delle stelle.

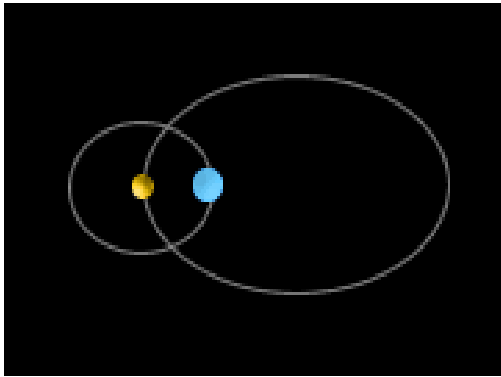
NOTA:

La determinazione dei raggi stellari può essere fatta anche con diversi altri metodi fra cui: metodi interferometrici, utilizzando le occultazioni lunari, usando modelli teorici, attraverso lo studio di sistemi "binari".

La Massa delle Stelle

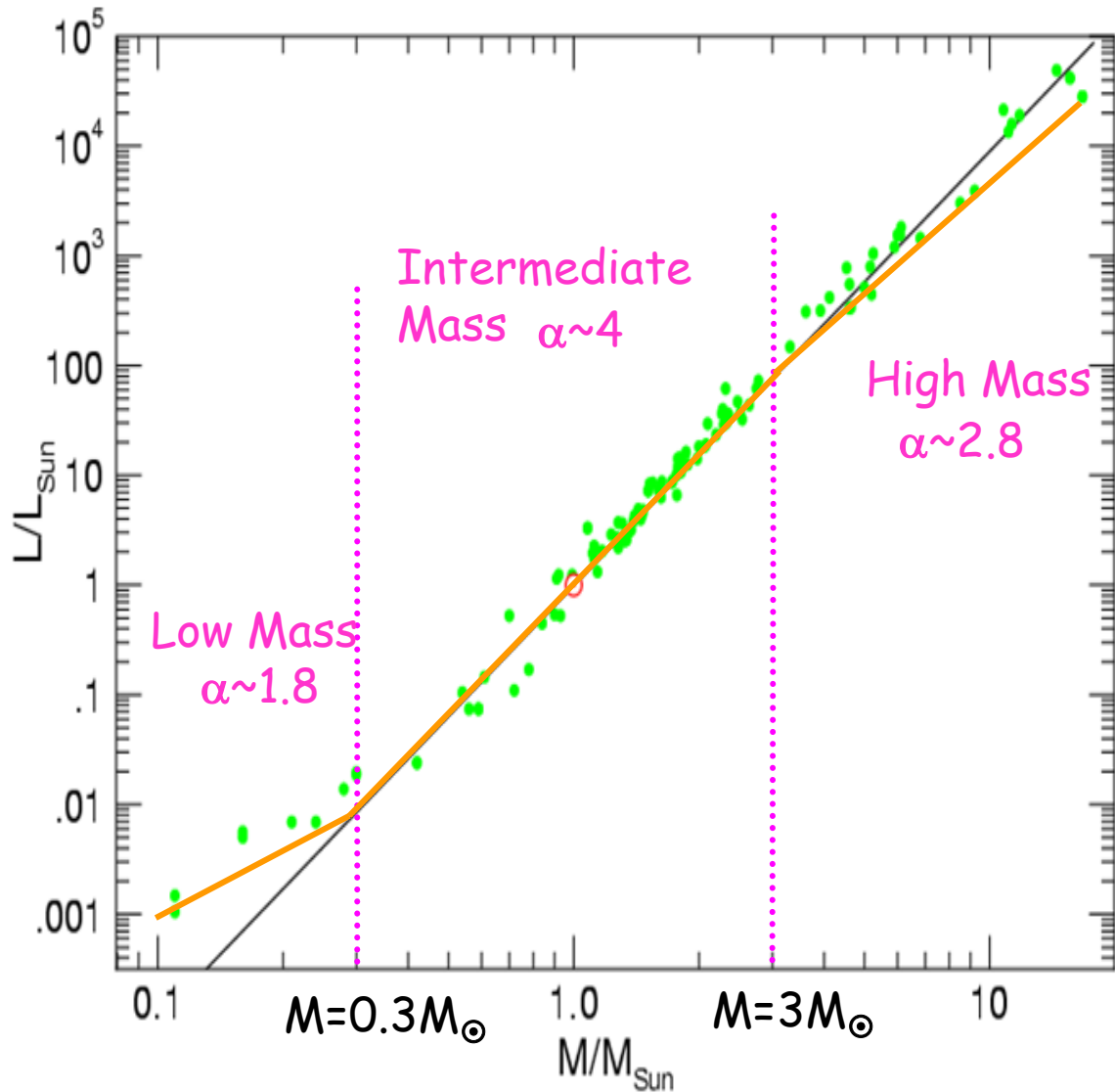


Anche la determinazione della massa delle stelle è difficile e richiede strumenti sofisticati. Si possono usare i **sistemi binari** nei quali le masse sono legate al periodo di rotazione secondo le **leggi di Keplero**.



Gli studi fatti per un numero sufficientemente elevato di sistemi binari di stelle vicine al sole, hanno mostrato che esiste una relazione fra la **luminosità** delle stelle di Sequenza Principale e la loro **massa**.

Relazione Massa-Luminosità

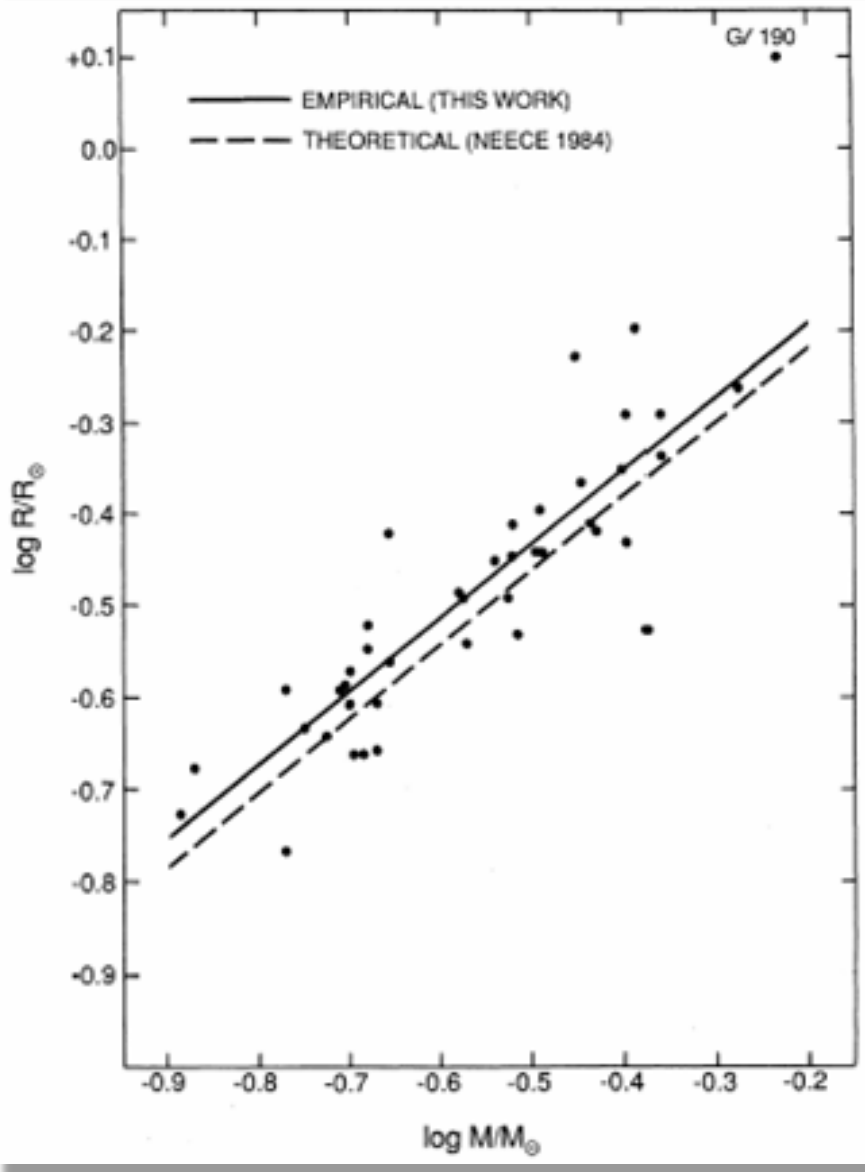


$$\frac{L}{L_{\odot}} \propto \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{\alpha}$$

L'esponente α varia con la massa della stella, ma con buona approssimazione $\alpha \sim 3.5$

$$M_{\odot} = 1.989 \times 10^{33} \text{ g}$$

Relazione Massa-Raggio



Esiste infine un'altra importante relazione che lega la **massa** della stella al suo **raggio**:

$$R \propto M^{\xi}$$

dove $\xi \sim 0.57 \div 0.8$

Relazione Massa-Temperatura

Mettendo insieme le due relazioni che abbiamo appena visto:

$$\frac{L}{L_{\odot}} \propto \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{\alpha}$$

$$R \propto M^{\xi}$$

Relazione massa-luminosità Relazione massa-raggio

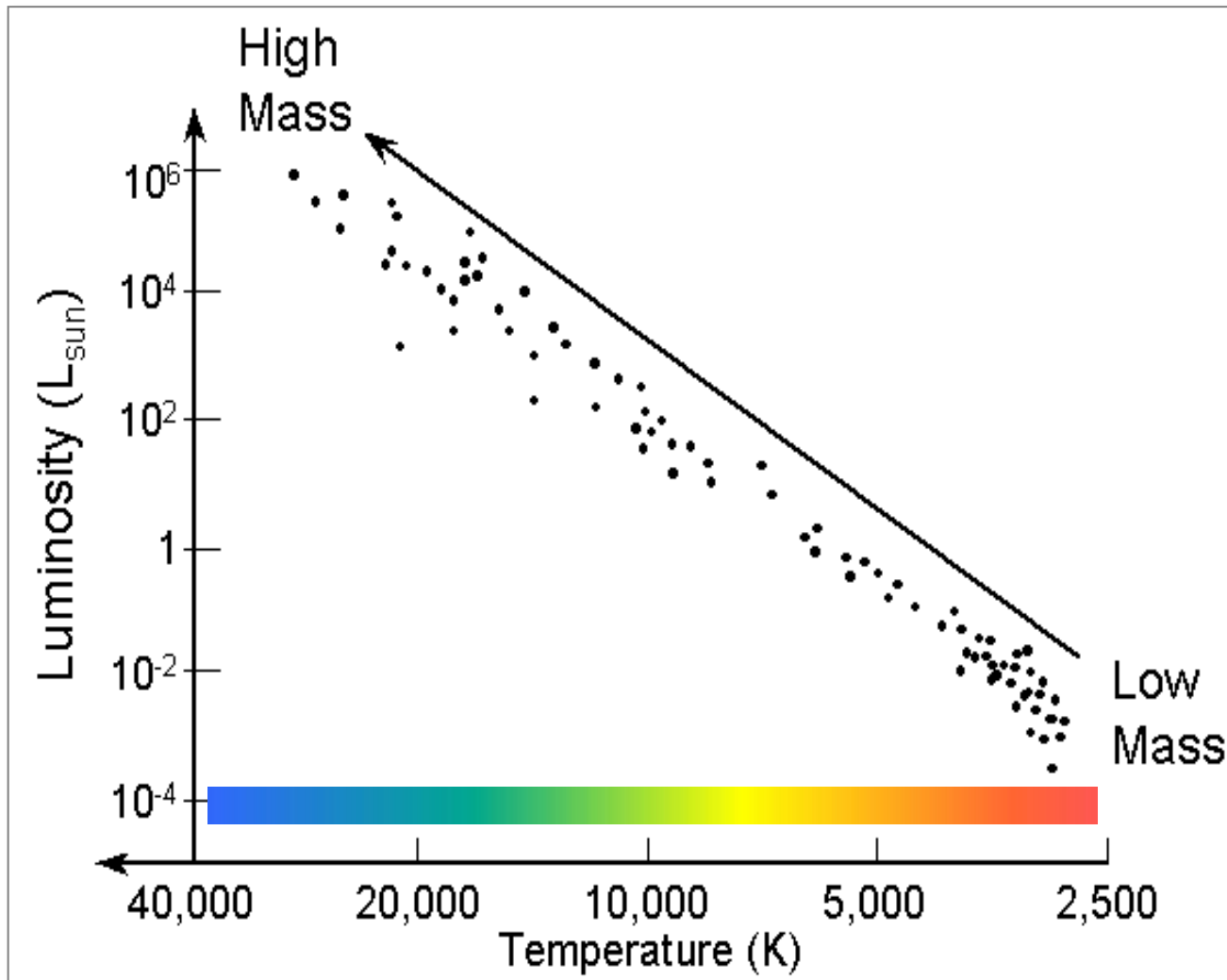
Ricordando la legge che lega la Luminosità con la Temperatura

$$L = 4\pi R^2 \sigma T_{\text{eff}}^4$$

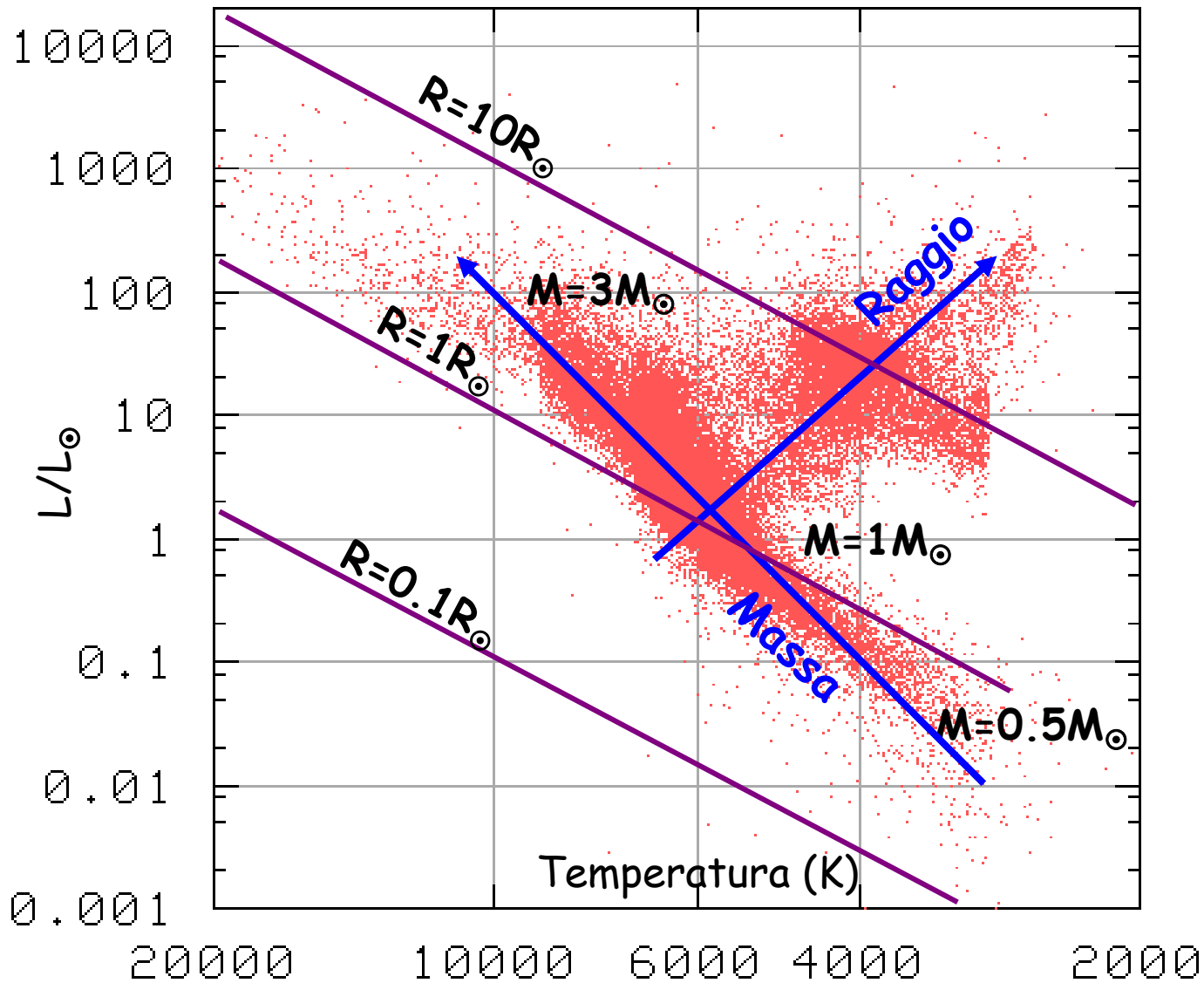
Si ricava

$$T_{\text{eff}} \propto \left(\frac{M}{M_{\odot}} \right)^{\beta}$$

La Massa delle Stelle



Massa e raggio nel diagramma H-R



Parametri stellari (ZAMS)

Massa (M_{\odot})	Temperatura (K)	Luminosità(L_{\odot})	Raggio (R_{\odot})
30.0	~ 45000	1.4×10^5	6.6
15.0	~ 32500	2×10^4	4.7
9	~ 25700	4.4×10^3	3.5
5	~ 20000	6.3×10^2	2.3
3	~ 14000	1×10^2	1.7
2	~ 10200	20	1.4
1	~ 5754	0.74	0.9
0.5	~3900	0.04	0.41
0.3	~ 3500	0.01	0.30
0.1	~ 3230	0.001	0.10

L'Equilibrio Idrostatico

Una stella esiste, quindi non collassa su se stessa o esplose, perché è stabile ovvero perché c'è equilibrio fra la Forza Gravitazionale e la Forza di Pressione, cioè è in **Equilibrio Idrostatico**

L'Energia delle Stelle

Sappiamo che una stella può essere vista perché produce dell'energia e questa energia viene persa dalla stella !

Affinché una stella sia "visibile" per un lungo periodo di tempo, nel suo interno devono esserci delle *sorgenti di energia* in grado di compensarne la perdita.

Esaminiamo la stella a noi più vicina: **Il Sole**

$$M_{\odot} = 1.989 \times 10^{33} \text{ g}$$

$$R_{\odot} = 7 \times 10^{10} \text{ cm}$$

$$L_{\odot} = 3.83 \times 10^{33} \text{ erg/sec}$$

Sorgenti di Energia

QUALI SONO LE SORGENTI DI ENERGIA
DI UNA STELLA?

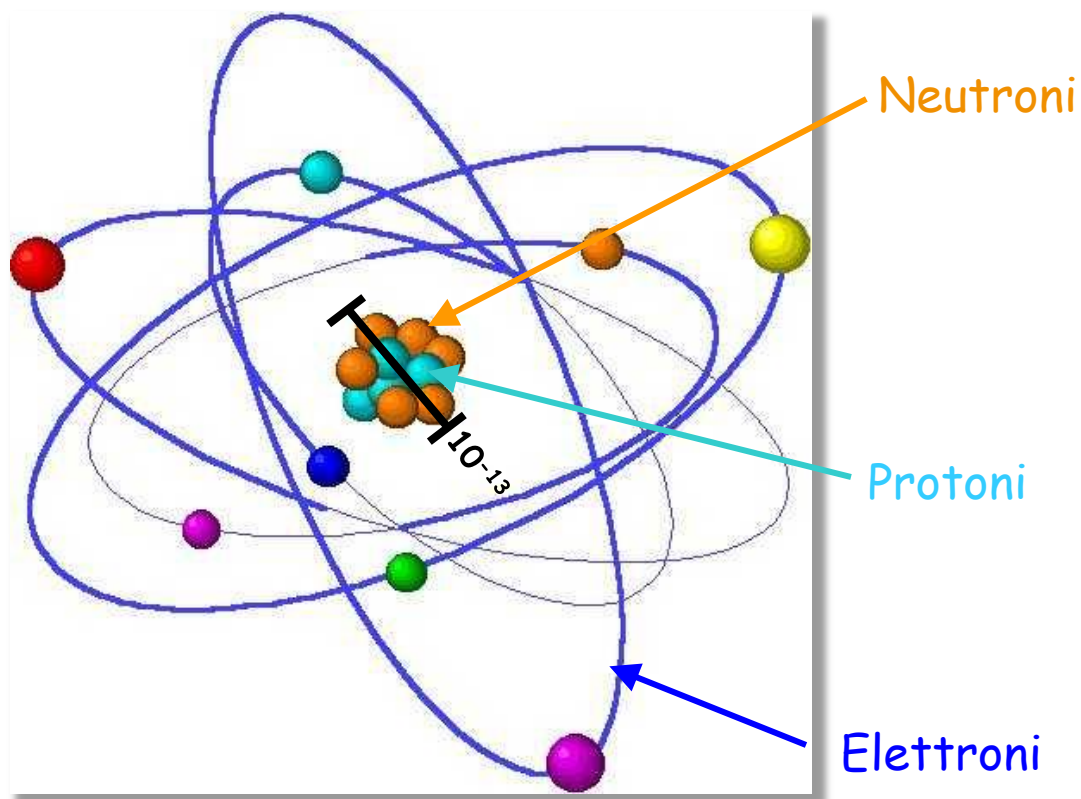
Esistono tre sorgenti energetiche:

1. **Reazioni Nucleari**
2. **Energia Potenziale Gravitazionale**
3. **Energia Termica (o Interna)**

La sorgente Nucleare è quella che domina per gran parte della vita della stella, ma in alcune fasi dell'evoluzione stellare l'energia Gravitazionale è quella più importante.

Le Reazioni Nucleari

La carica positiva di un atomo (protoni+neutroni) è confinata entro un nucleo di $\sim 10^{-13}$ cm.



Affinché possa avvenire una reazione di **Fusione nucleare** è necessario che due atomi si avvicinino fino ad una distanza di $\sim 10^{-13}$ cm.

Ciò è possibile quando la temperatura e/o la densità del gas sono abbastanza elevate.

Le Reazioni Nucleari

Reazione	T_c (K)	ρ_c (gr/cm ³)	Δt (yr)
$^1\text{H} \rightarrow ^4\text{He}$	6×10^7	5	7×10^6
$^4\text{He} \rightarrow ^{12}\text{C}$	2.3×10^8	7×10^2	5×10^5
$^{12}\text{C} \rightarrow ^{16}\text{O}$	9.3×10^8	2×10^5	6×10^2
$^{16}\text{O} \rightarrow ^{30}\text{Si}$	2.3×10^9	1×10^7	~6 mesi
.....
$^{30}\text{Si} \rightarrow ^{56}\text{Fe}$	4×10^9	3×10^8	~1 giorno

Le prime reazioni nucleari che avvengono sono quelle che convertono l'idrogeno in elio.

Le reazioni nucleari da elio a carbonio e successive si possono innescare solo se si raggiungono al centro della stella le temperature e densità critiche necessarie. In Tabella il caso di una stella con $M \sim 25M_{\odot}$. Da notare la durata decrescente di ciascuna fase.



Evoluzione Stellare

Rosaria Tantalò

Dipartimento di Astronomia, Università di Padova

Adattamento di

Antonio Maggio

INAF – Osservatorio Astronomico di Palermo

L'evoluzione stellare

La storia evolutiva di una stella dipende dalla sua **Massa Iniziale** (M_i), ovvero dalla massa che ha quando comincia a bruciare H in He sulla sequenza principale.

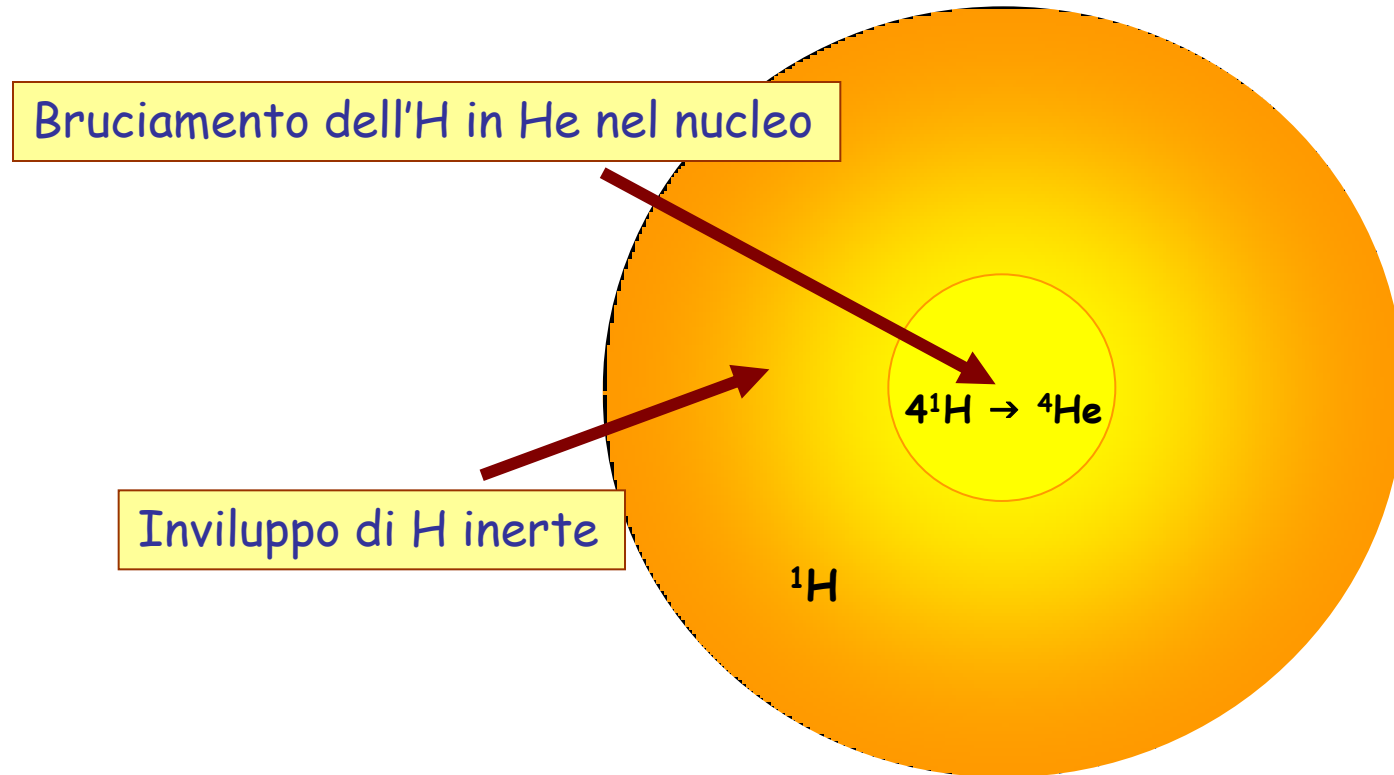
Il luogo dei punti nel diagramma H-R dove ciò avviene si chiama specificatamente **Sequenza Principale di Età Zero (ZAMS)**

Stelle di piccola massa

- La MS è anche caratterizzata da un valore minimo di Luminosità e Temperatura che corrispondono ad una massa di **$\sim 0.08 M_{\odot}$**
- Oggetti con massa più piccola non sono in grado di raggiungere la temperatura e/o la densità necessarie ad innescare le reazioni nucleari
- Le "stelle mancate" con $M < 0.08 M_{\odot}$ sono chiamate **Nane Brune**
- L'unica fonte di energia nelle Nane Brune è **l'energia potenziale gravitazionale** che si trasforma lentamente in energia termica per effetto della contrazione della stella

Stelle di Sequenza Principale

La struttura di una stella sulla MS può essere vista schematicamente in questo modo:



UNA STELLA IN SEQUENZA PRINCIPALE BRUCIA IDROGENO NEL SUO NUCLEO

Quanto dura un "pieno" d'idrogeno?

Prendiamo una stella di massa M . Se X è la frazione di massa costituita da idrogeno, e se f è la frazione di questa nella quale avvengono le reazioni nucleari, l'energia totale prodotta sarà:

$$E_{\text{TOT}} = \Delta E \cdot f \cdot X \cdot M$$

dove ΔE è la quantità di energia prodotta dalla fusione di ogni unità di massa d'idrogeno in elio ($\Delta E = 6.6 \times 10^{18}$ erg).

Se L è l'energia emessa nell'unità di tempo, il "carburante" si esaurirà dopo un tempo: $t_N = E_{\text{TOT}} / L$

$$t_N = \frac{\Delta E f X M}{L}$$

Tempo Nucleare

Per il Sole, $L=L_{\odot}$ $M=M_{\odot}$ $f=0.1$ $X=0.7$ \Rightarrow

$$E_{\text{TOT}} = 9 \times 10^{50} \text{ erg}$$

$$t_N = 2.4 \times 10^{17} \text{ sec} = 7.6 \times 10^9 \text{ anni}$$

Tempo di vita sulla sequenza principale

Poiché il sole è una stella di MS, i risultati visti fino ad ora possono essere estesi a tutti gli oggetti sulla sequenza principale.

$$t_N \propto \frac{M}{L}$$

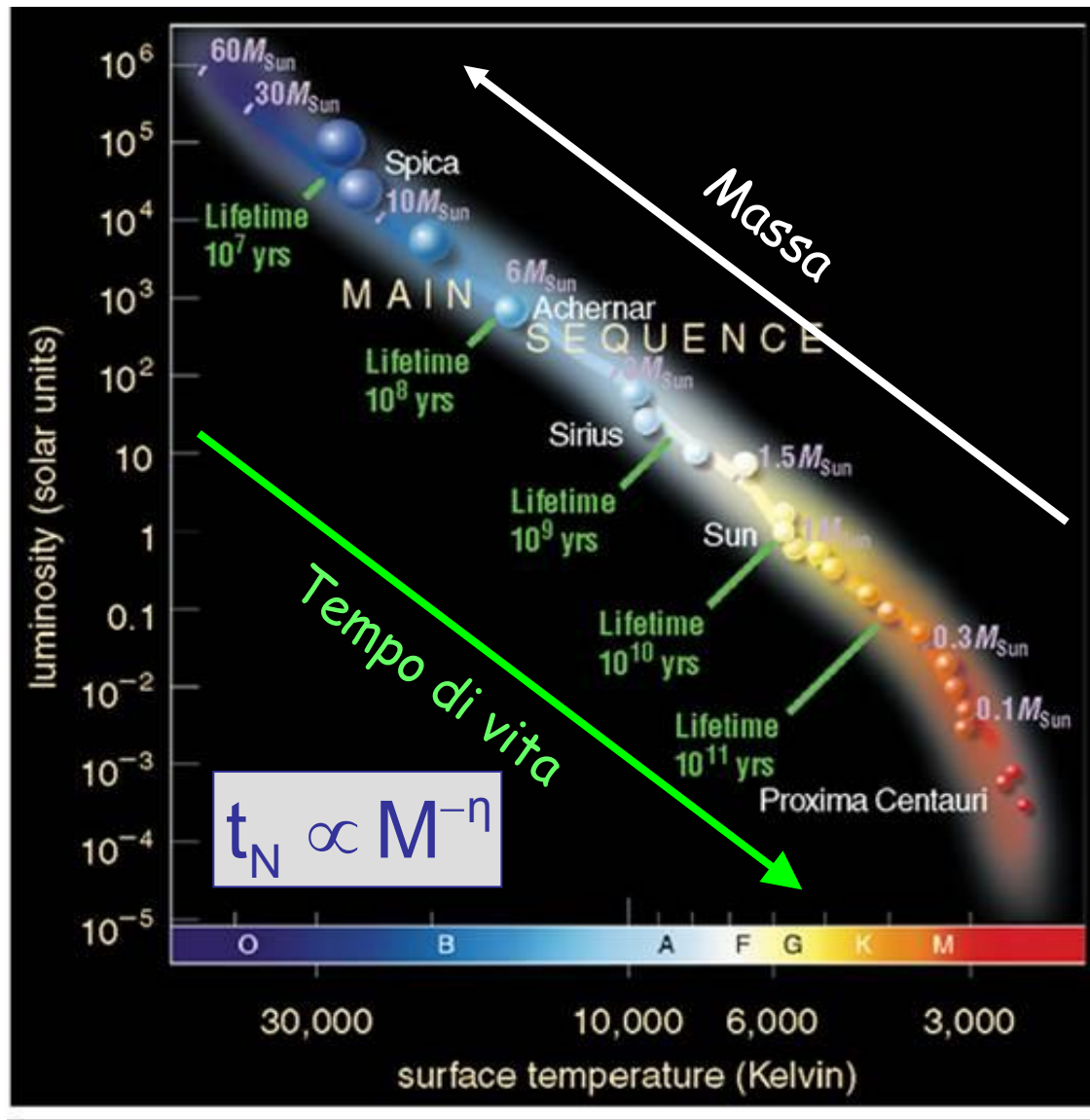
Ma noi sappiamo che $L \propto M^\alpha$

quindi $t_N \propto M^{-\eta}$

Maggiore è la massa della stella, più breve è il suo tempo di vita sulla Sequenza Principale.

Nonostante sia maggiore la quantità di combustibile, questo viene bruciato più velocemente!

Tempo di vita sulla Sequenza Principale

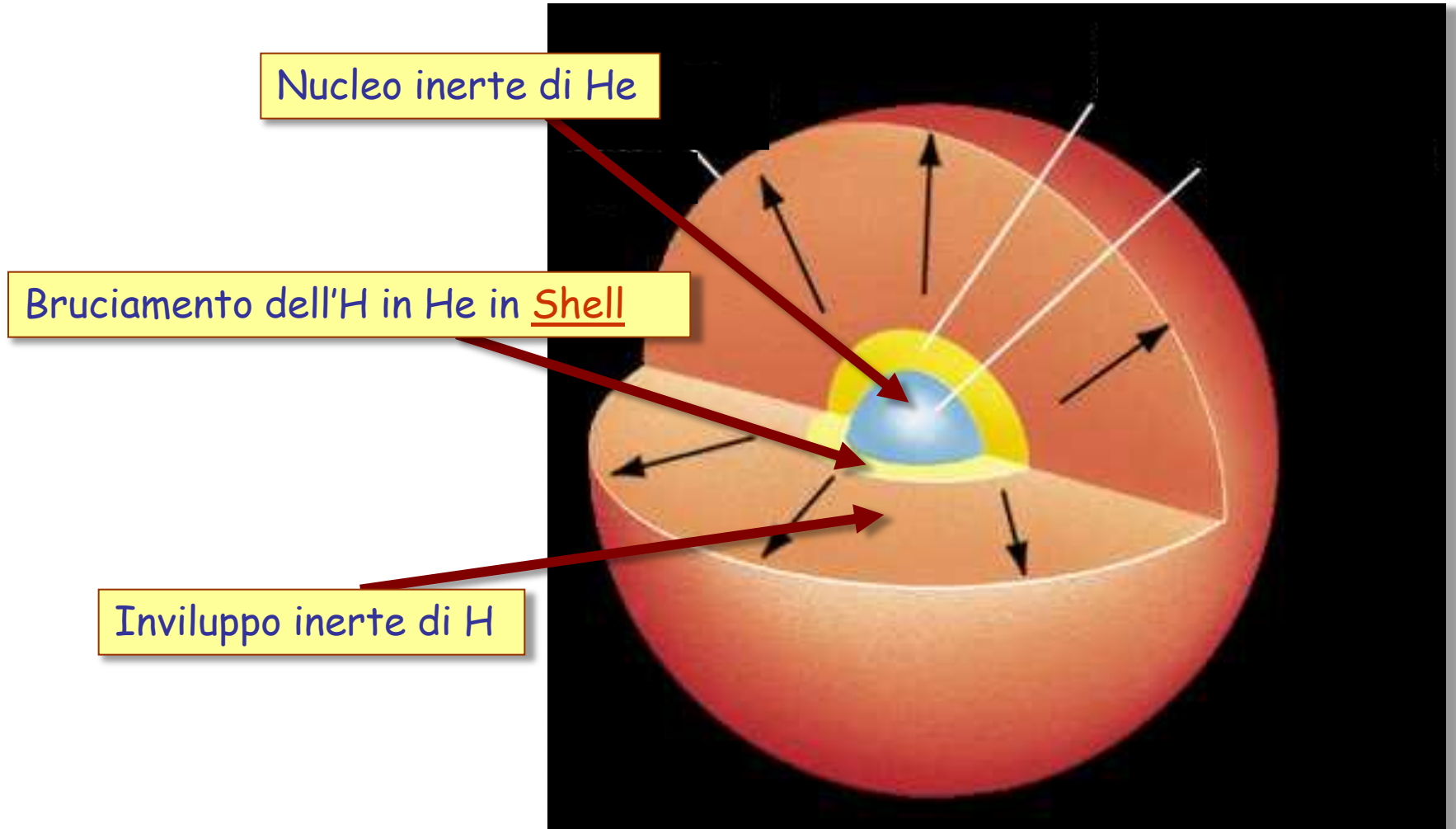


L'Evoluzione di una Stella

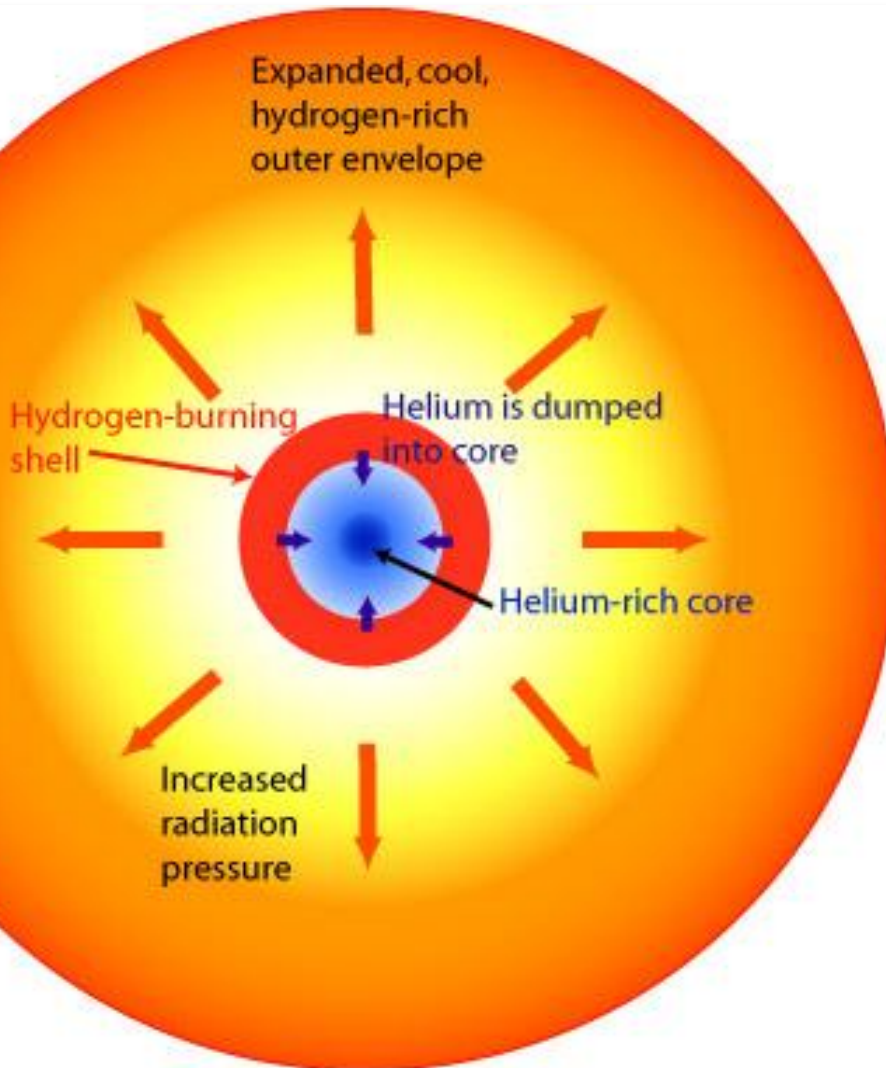
- Quando la stella non è più in grado di produrre Energia Nucleare (esaurimento del combustibile) la stella inizia a contrarsi al centro e metà dell'energia potenziale gravitazionale si trasforma in energia termica (**Teorema del Viriale**)
- La stella si contrae, la densità al centro aumenta, il nucleo e gli strati sovrastanti si riscaldano e ciò consente l'innesco di reazioni nucleari ${}^1\text{H} \Rightarrow {}^4\text{He}$ in un guscio sferico attorno al nucleo
- Il nucleo di He aumenta sempre più la sua massa

La fase post Sequenza Principale

La struttura interna della stella comincia a cambiare:



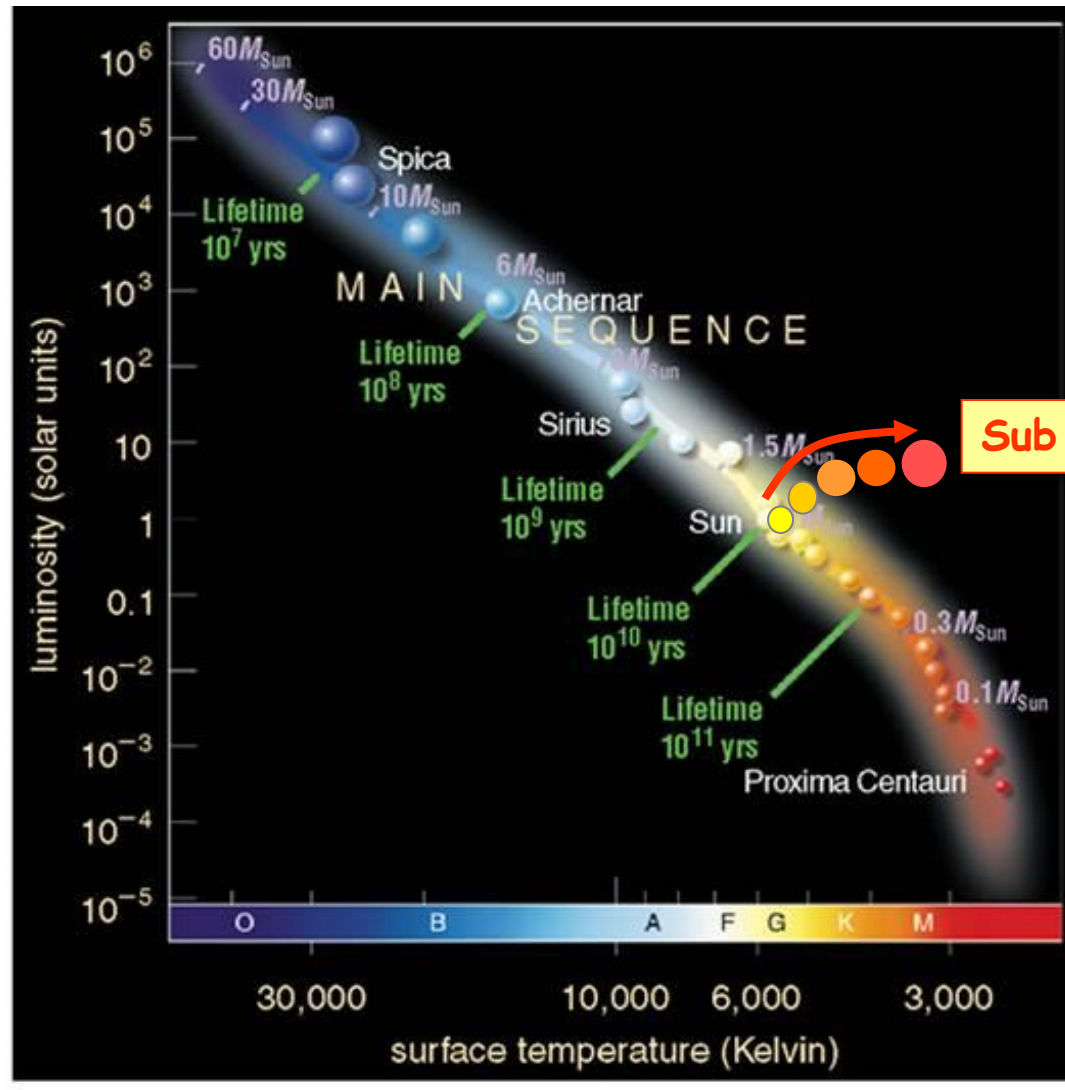
Post Main Sequence phase



Hydrogen Shell Burning on the Red Giant Branch

- A questo punto gli strati sopra il guscio in cui brucia ancora l'H si riscaldano e quindi si espandono
- La temperatura superficiale diminuisce
- La stella lascia la MS e si sposta nel verso regioni più fredde del diagramma HR
- La stella entra nella **fase di Gigante Rossa**

La Post Sequenza Principale

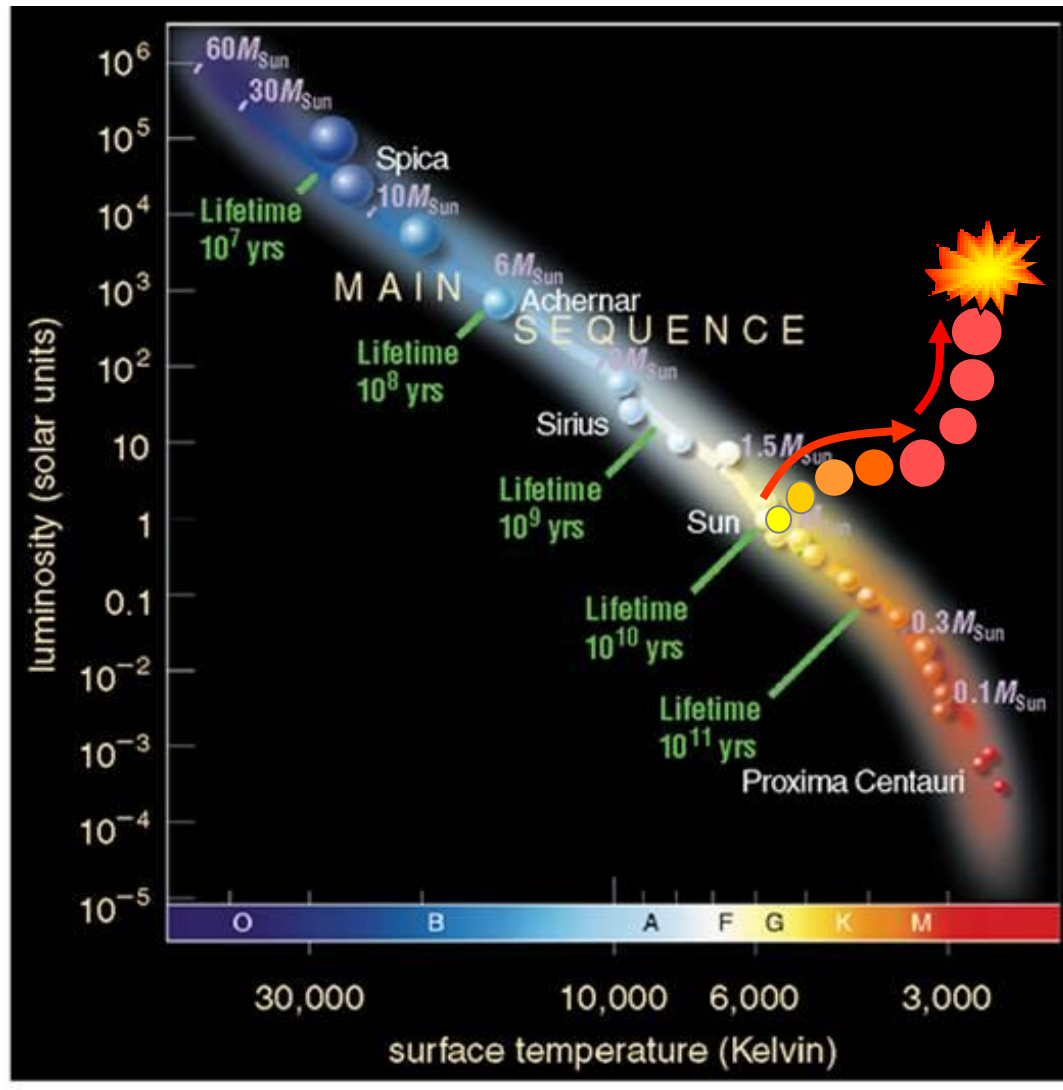


Sub Gigante Rossa

La Post Sequenza Principale

- In questa fase il nucleo continua a contrarsi e la sua temperatura aumenta finché è possibile l'innesco del processo di **fusione nucleare dell' ^4He in ^{12}C**
- Gli strati esterni invece mantengono una temperatura più o meno costante, mentre la luminosità aumenta
- La stella risale lungo il **Ramo delle Giganti Rosse**
- Tutte le stelle con massa iniziale $M_i > 0.5M_{\odot}$ possono raggiungere temperature e densità centrali sufficienti a bruciare l'He e quindi attraversare questa fase di evoluzione

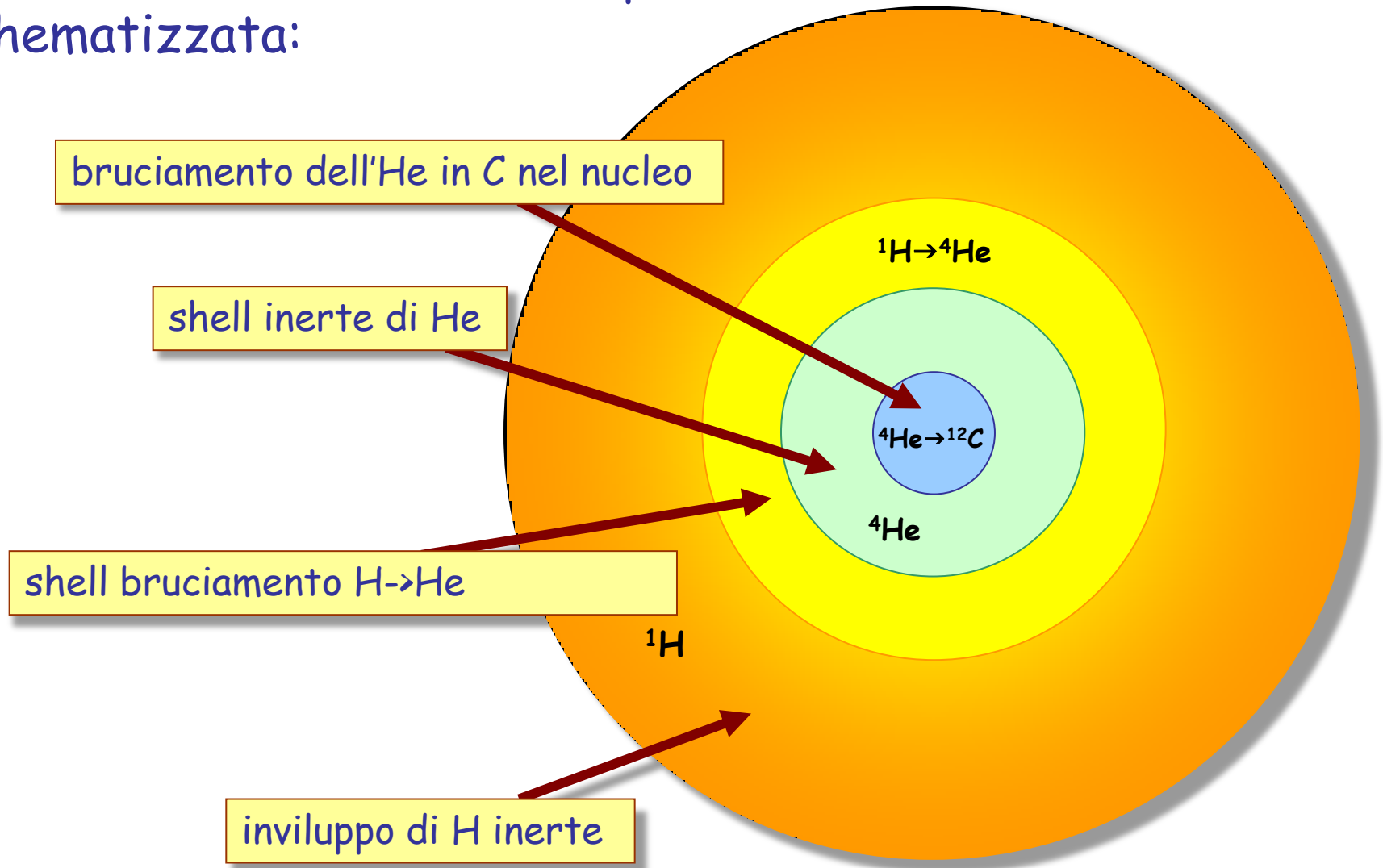
La Post Sequenza Principale



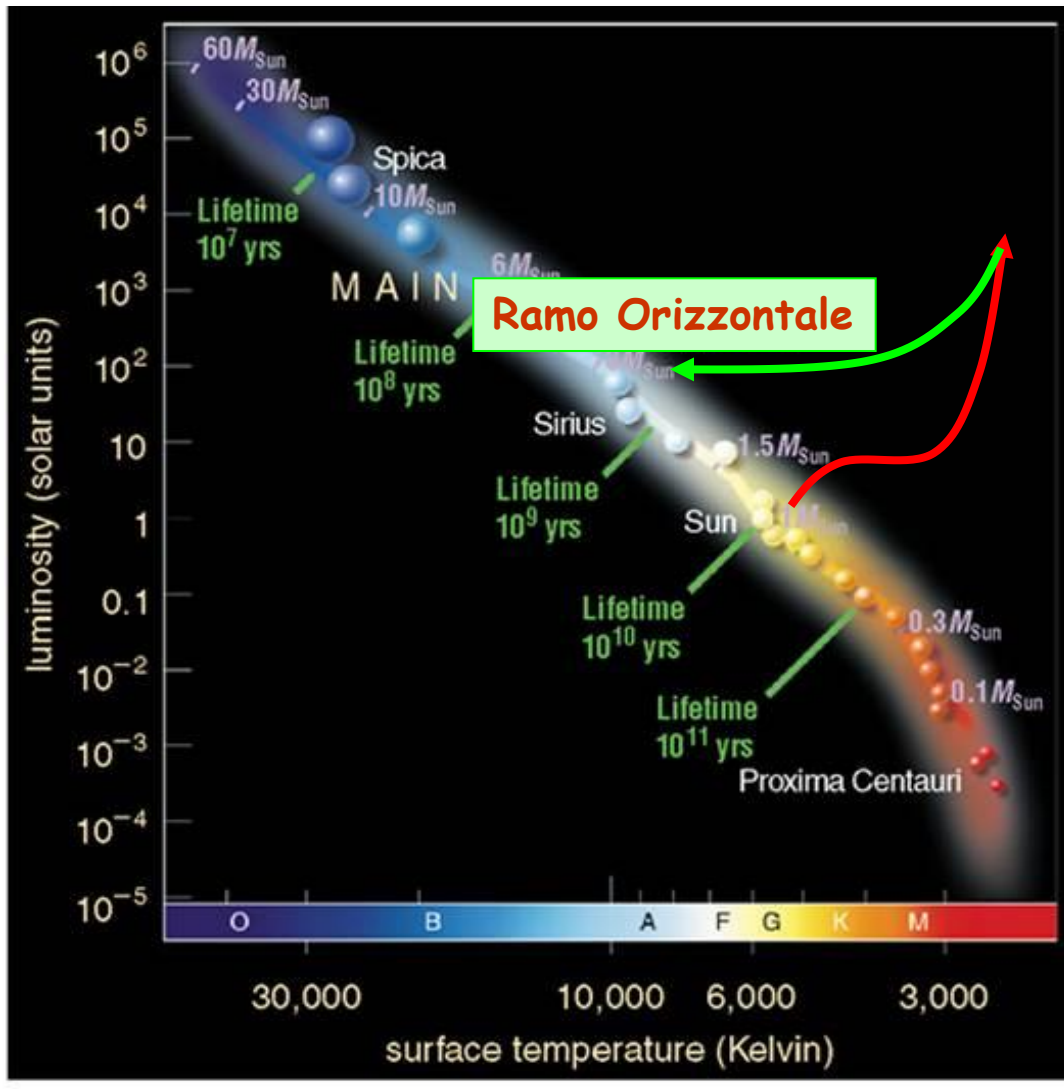
Bruciamento He

La Post Sequenza Principale

La struttura della stella ora può essere schematizzata:

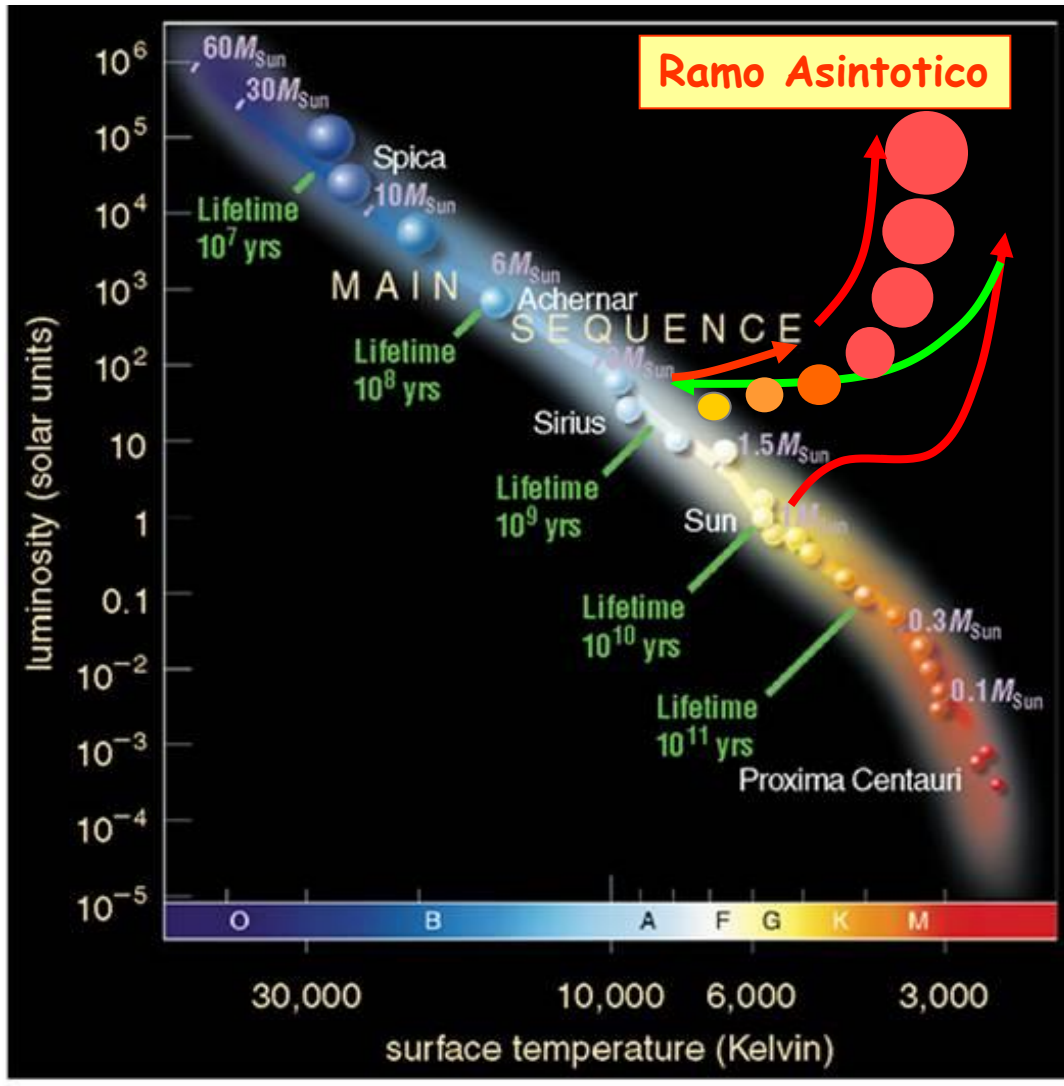


La Post Sequenza Principale



- Quando la stella accende l'He lascia il Ramo delle Giganti e si sposta a temperature più alte e luminosità più piccole e brucia l'He sul cosiddetto **Ramo Orizzontale**
- La reazione di bruciamento dell'He è ~ 10 volte più veloce di quella dell'H.

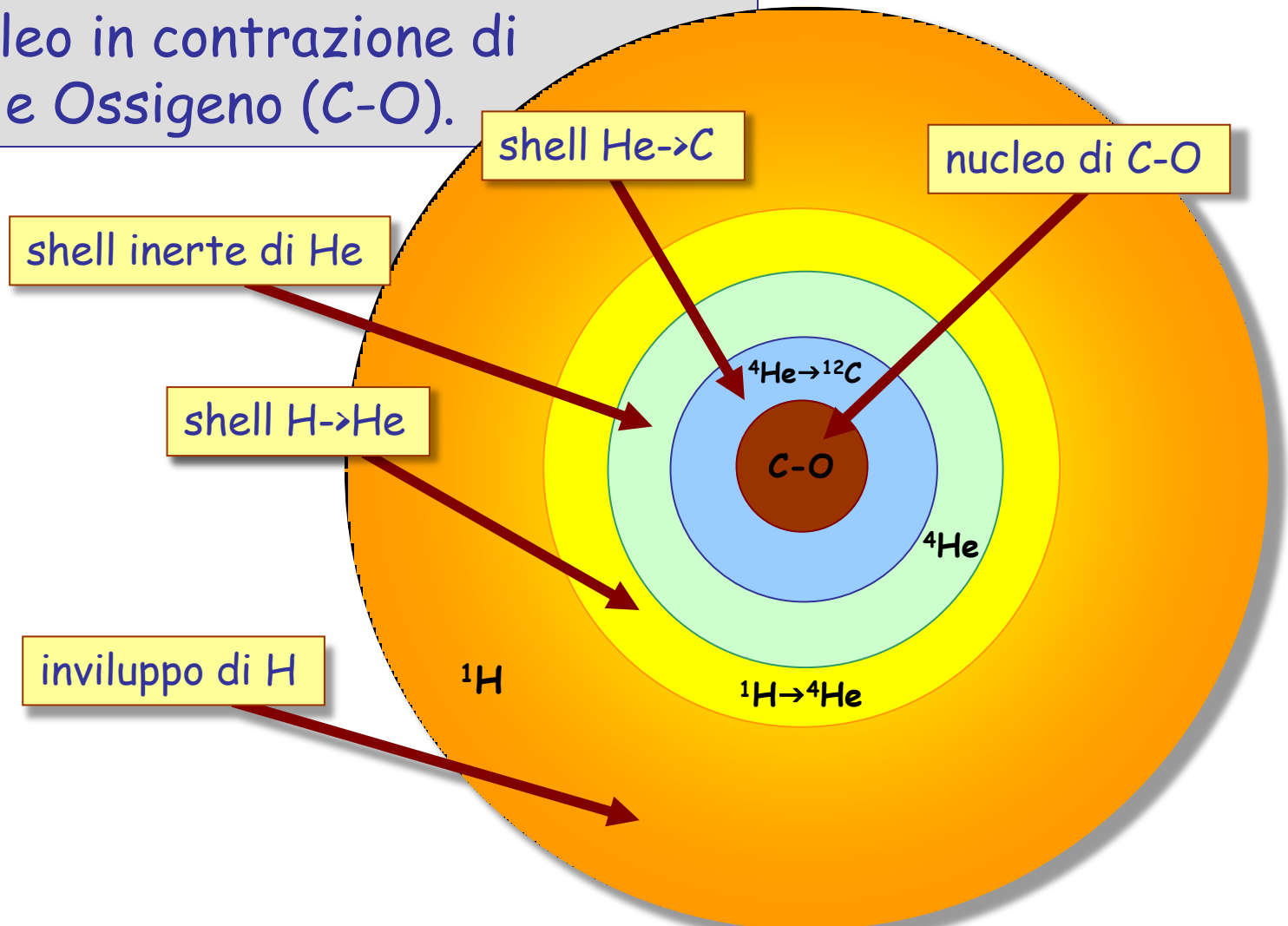
La Post Sequenza Principale



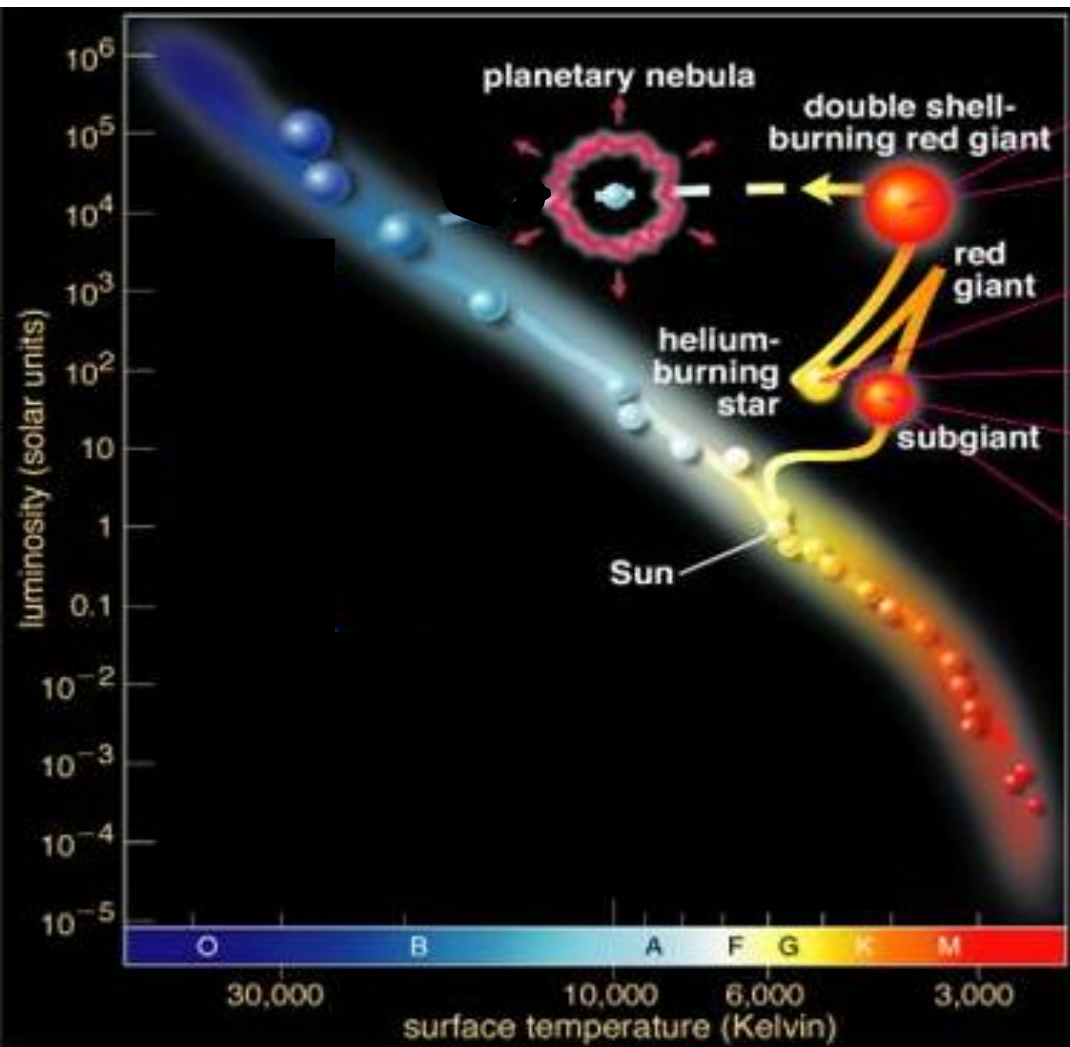
- Quando l'He comincia ad esaurirsi nel nucleo la stella lascia l'HB e si sposta nuovamente verso temperature più basse per risalire lungo il **Ramo Asintotico**

La Post Sequenza Principale

L'esaurimento dell'He lascia dietro di sé un nucleo in contrazione di Carbonio e Ossigeno (C-O).

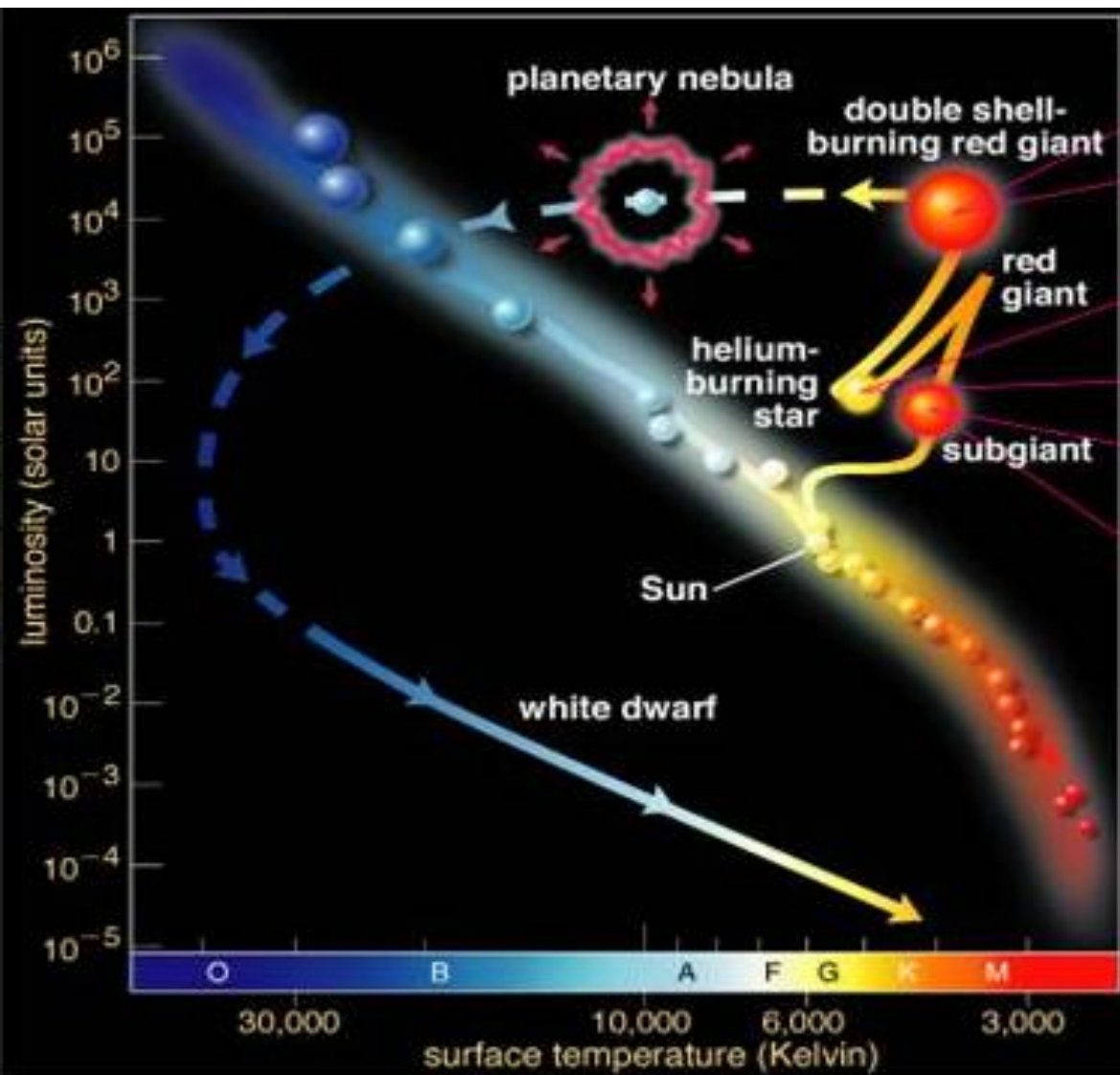


Le fasi finali dell'Evoluzione



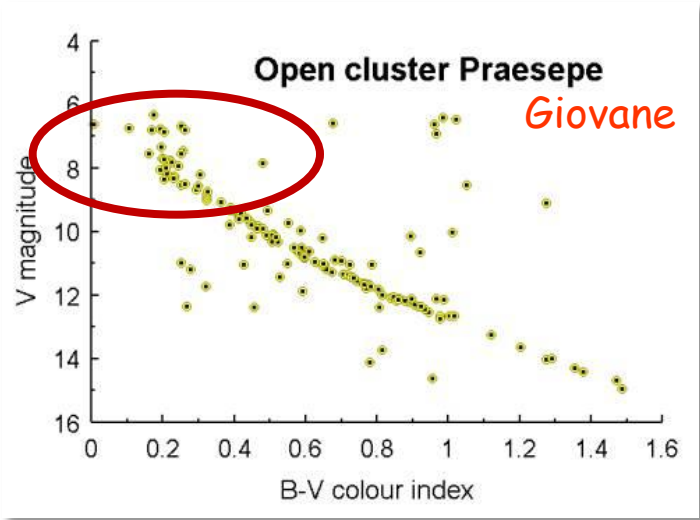
Le stelle con massa iniziale $M_i < 5M_{\odot}$ non sono in grado di innescare il bruciamento del ^{12}C . Esse **perdono il loro involucro esterno** e si spostano velocemente (questa fase dura solo 10^4 anni) verso regioni a temperatura più elevata mantenendo quasi costante la loro luminosità. Siamo nella fase di **Nebulosa Planetaria**

Le fasi finali dell'Evoluzione

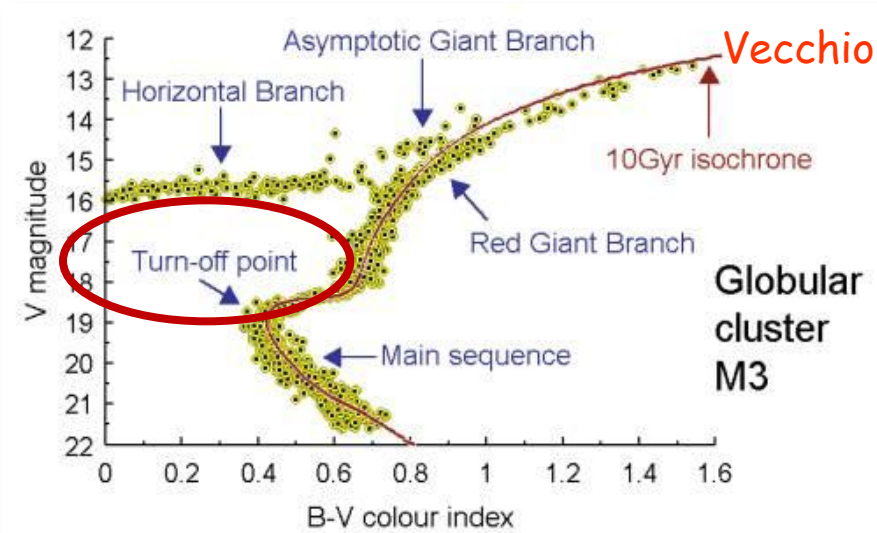


La stella centrale continuerà la sua evoluzione raffreddandosi, per completare la sua evoluzione nello stato di **Nana Bianca**

Diagrammi H-R di ammassi stellari

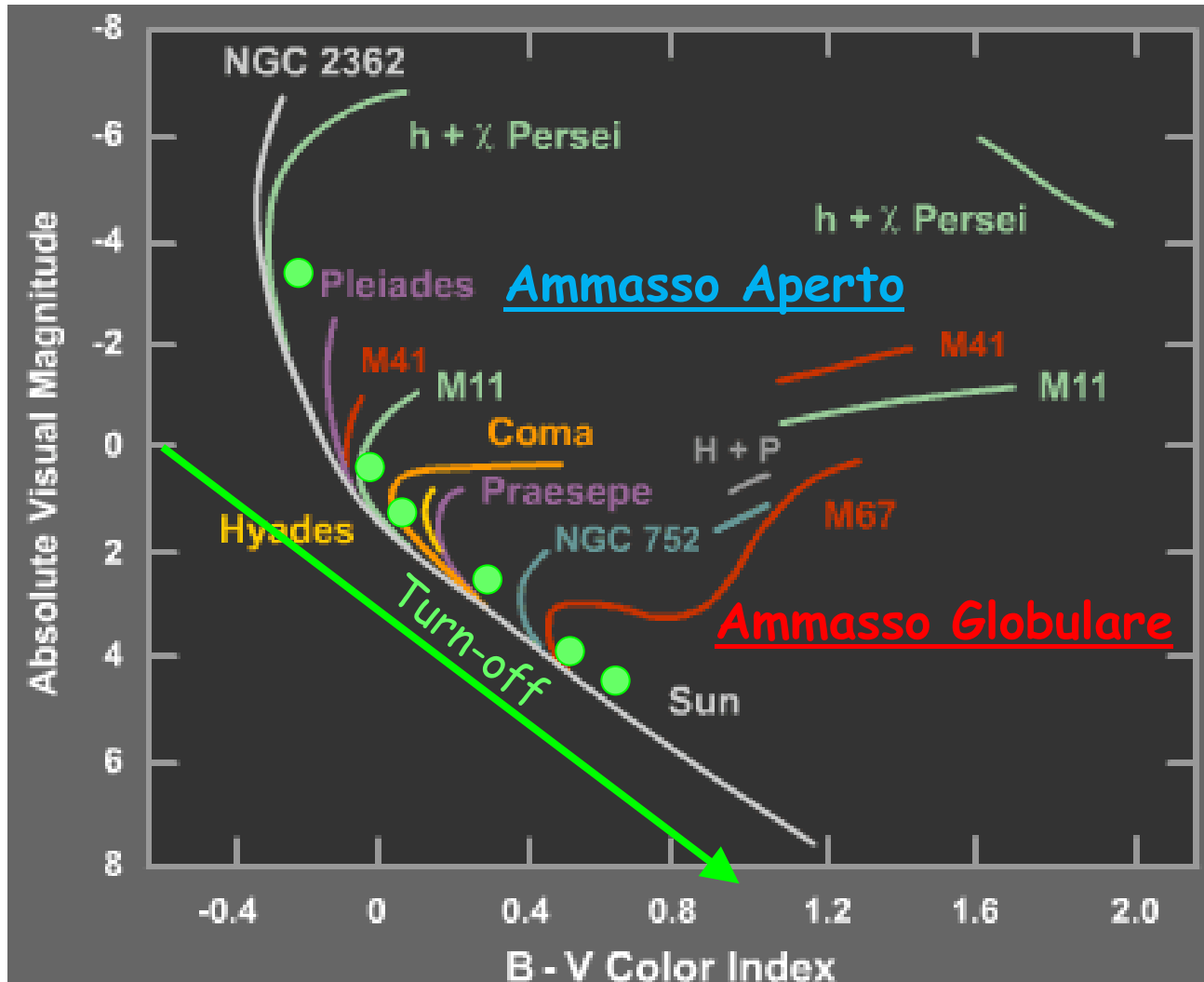


Le stelle appartenenti agli ammassi stellari si sono formate quasi simultaneamente, quindi sono coeve. Le diverse distribuzioni di stelle nel diagramma H-R sono dovute proprio alla diversa età degli ammassi.



Il **punto di Turn-Off** indica il momento in cui la stella esaurisce l'H nel centro. Come abbiamo visto ciò avviene sempre più presto al crescere della massa della stella.

Il punto di *Turn-Off*



Il punto di *Turn-Off* nei diagrammi H-R degli ammassi stellari è un indicatore dell'età dell'ammasso.

Diagramma H-R di un ammasso globulare

