



# Istituto Nazionale di Astrofisica Osservatorio Astronomico di Palermo



LICEO SCIENTIFICO STATALE  
S. CANNIZZARO PALERMO



IL CIELO

COME LABORATORIO



## Quarta lezione




Antonio Maggio

INAF – Osservatorio Astronomico di Palermo

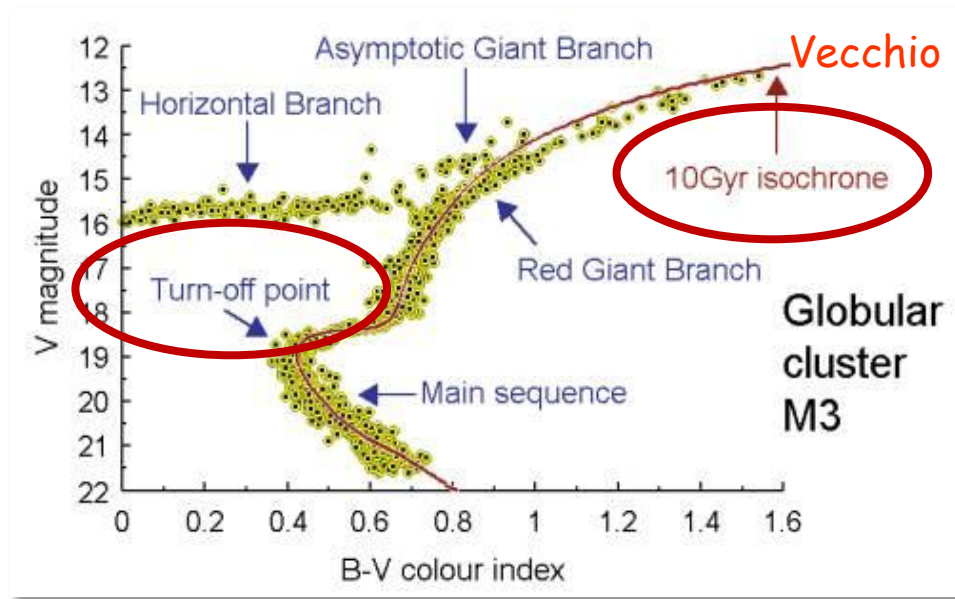
# Argomenti e concetti già introdotti

- Fotometria: il concetto di “colore”
  - Filtri a banda larga e magnitudini relative
    - ❖ **Integrale del prodotto di due funzioni (spettro stellare e curva di sensibilità del filtro strumentale)**
  - Differenze di magnitudini e rapporto di flussi
    - ❖ **Differenza di logaritmi  $\Leftrightarrow$  Rapporto di quantità lineari**
  - Effetti dell'assorbimento interstellare
    - ❖ **Estinzione  $\Rightarrow$  correzione della magnitudine assoluta**
    - ❖ **Arrossamento  $\Rightarrow$  correzione del colore**
- Spettroscopia
  - Dalla misura del colore alla stima della temperatura
    - ❖ **Necessità di un modello fisico (Corpo Nero)**
  - Classificazione spettrale delle stelle
    - ❖ **Spettro continuo con righe d'assorbimento**
    - ❖ **Identificazione degli elementi chimici tramite spettroscopia**

# Argomenti e concetti già introdotti

- **Astrofisica: il Diagramma Hertsprung-Russel**
  - **Magnitudine–Colore  $\Rightarrow$  Luminosità–Temperatura**
    - ❖ **Luogo dei punti a raggio stellare fissato (rappresentazione di leggi di potenza tramite rette in un grafico log-log)** 
  - **Relazioni empiriche per stelle di Sequenza Principale** 
    - ❖ **Relazione massa-luminosità**
    - ❖ **Relazione massa-raggio**
    - ❖ **Relazione massa-temperatura**
  - **Sorgenti di energia nelle stelle**
    - ❖ **Fusione nucleare (temperatura e densità critiche, massa stellare minima per la fusione dell'idrogeno)**
    - ❖ **Tempo di vita nucleare in funzione della massa**
  - **Evoluzione stellare**
    - ❖ **Equilibrio garantito da alternanza di sorgenti di energia**
    - ❖ **Fasi finali della vita di stelle di massa simile al Sole**
  - **Ammassi stellari**
    - ❖ **Luogo dei punti a tempo costante (isocrone)** 
    - ❖ **Il punto di *turn-off* come indicatore d'età**

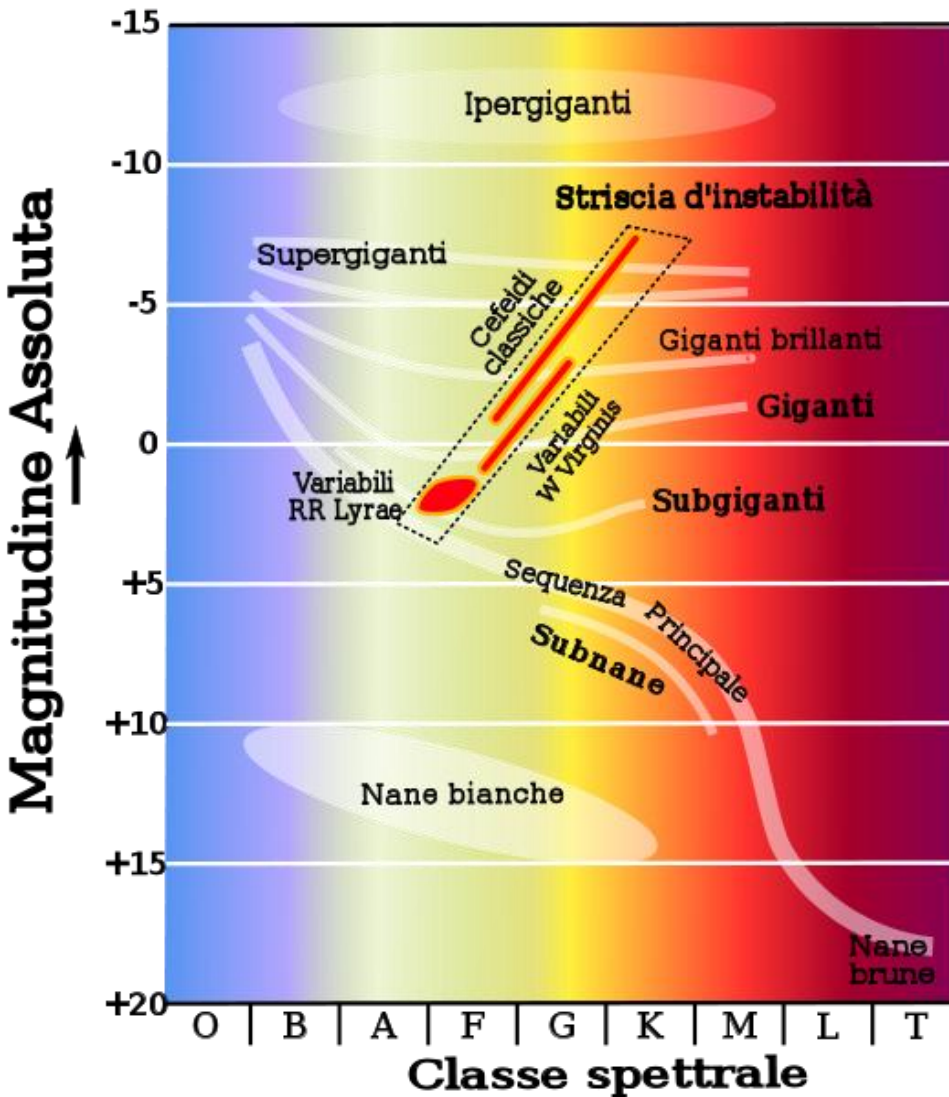
# Isocrone nei diagrammi H-R



Le stelle appartenenti agli ammassi stellari hanno tutte la stessa età (se la loro formazione è avvenuta simultaneamente) e quindi si dispongono lungo un'**isocrona** nel diagramma H-R. Il **punto di Turn-Off** indica le stelle che stanno esaurendo l'H nel centro. Ad un'età fissata, ciò avviene per stelle con una massa specifica. Al crescere dell'età il punto si sposta lungo la Sequenza Principale verso il basso (masse più piccole).



# La striscia di instabilità e le variabili Cefeidi

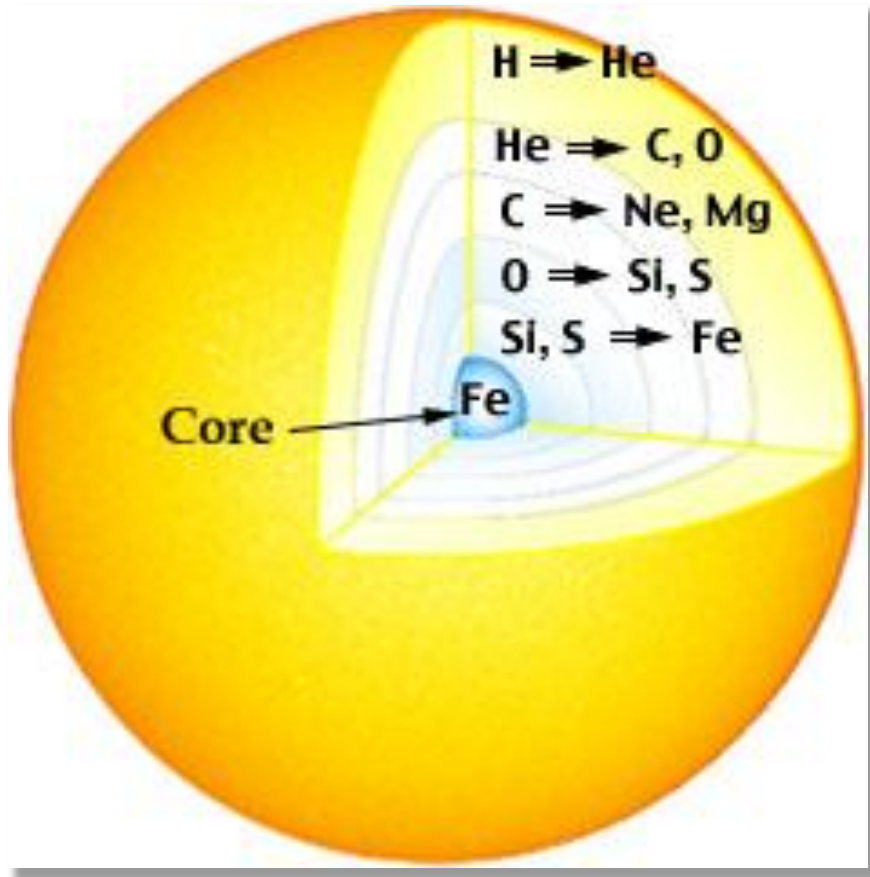


- Esiste una regione nel diagramma H-R entro la quale **la struttura stellare è instabile** e va incontro a pulsazioni quasi adiabatiche
- Le stelle che durante la loro evoluzione attraversano questa striscia di instabilità sono caratterizzate da una **luminosità variabile in modo periodico**
- Nelle variabili denominate **Cefeidi classiche** il periodo e la luminosità della stella sono legate dalla relazione

$$M = -2.78 \log P - 1.35$$

- La stellar Polare è una Cefeide con periodo di circa 4 giorni

# Le fasi finali dell'evoluzione di stelle di grande massa



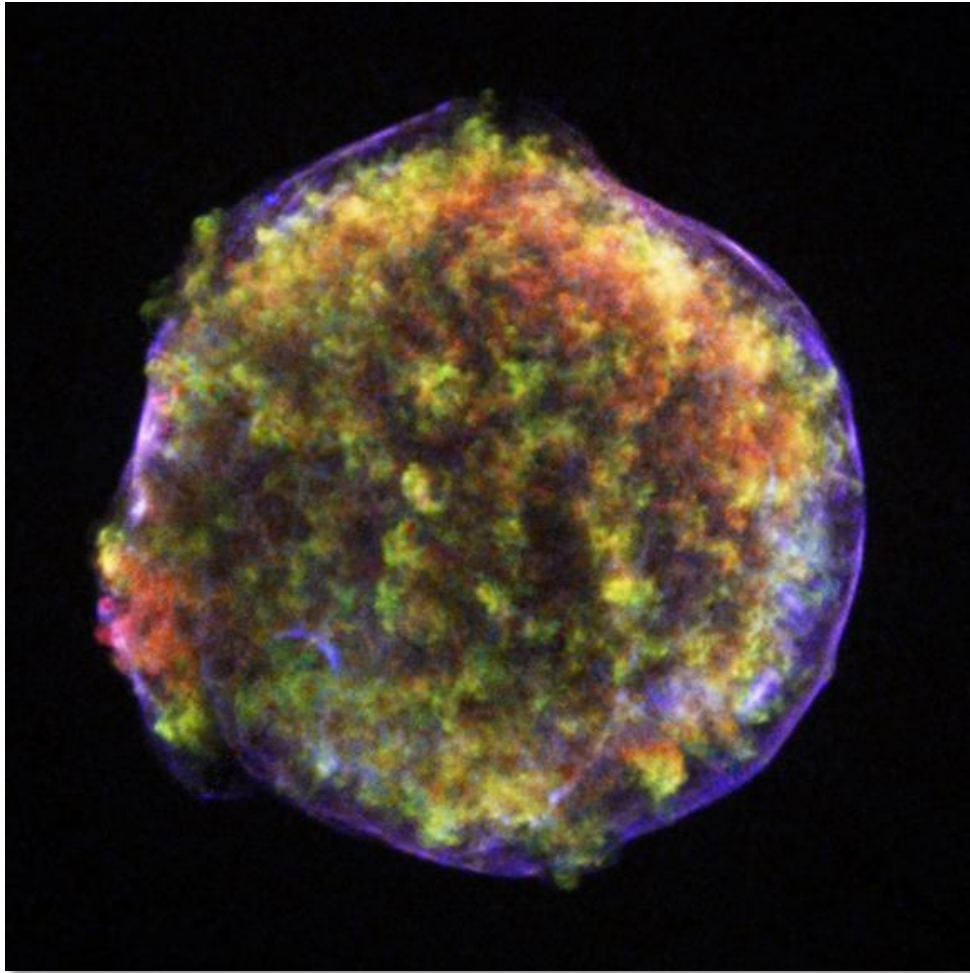
Le stelle con massa iniziale  $M_i > 5M_{\odot}$  sono in grado di innescare il bruciamento del C, e quelle con massa  $M_i > 12M_{\odot}$  possono accendere anche gli elementi più pesanti del C.

Queste stelle terminano la loro vita in modo violento: la stella esplode come **SuperNova (SN)**





# Resti di supernova



Gli strati esterni della stella vengono sparati ad altissima velocità nel mezzo interstellare e si forma un cosiddetto **Resto di Supernova** al centro del quale può rimanere una **Stella di Neutroni** o un **Buco Nero** se la massa della stella supera le  $20-30M_{\odot}$

# Riepilogo delle formule

- Correzione per l'estinzione  $M - m + A_V = 5 - 5 \times \log(d)$
- Correzione del colore  $(B - V)_0 = (B - V) - E_{(B - V)}$
- Relazione empirica estinzione-arrossamento  $A_V = 3 E_{(B - V)}$
- Relazione massa - luminosità ( $\alpha = 3.5 \div 4$ )  $\frac{L}{L_{\odot}} \propto \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{\alpha}$
- Relazione massa - raggio ( $\xi \sim 0.6 \div 0.8$ )  $R \propto M^{\xi}$
- Relazione massa - temperatura ( $\beta \sim 0.5$ )  $T_{\text{eff}} \propto \left( \frac{M}{M_{\odot}} \right)^{\beta}$





# Meccanica celeste: dai sistemi planetari alla materia oscura nelle galassie

Adattamento di

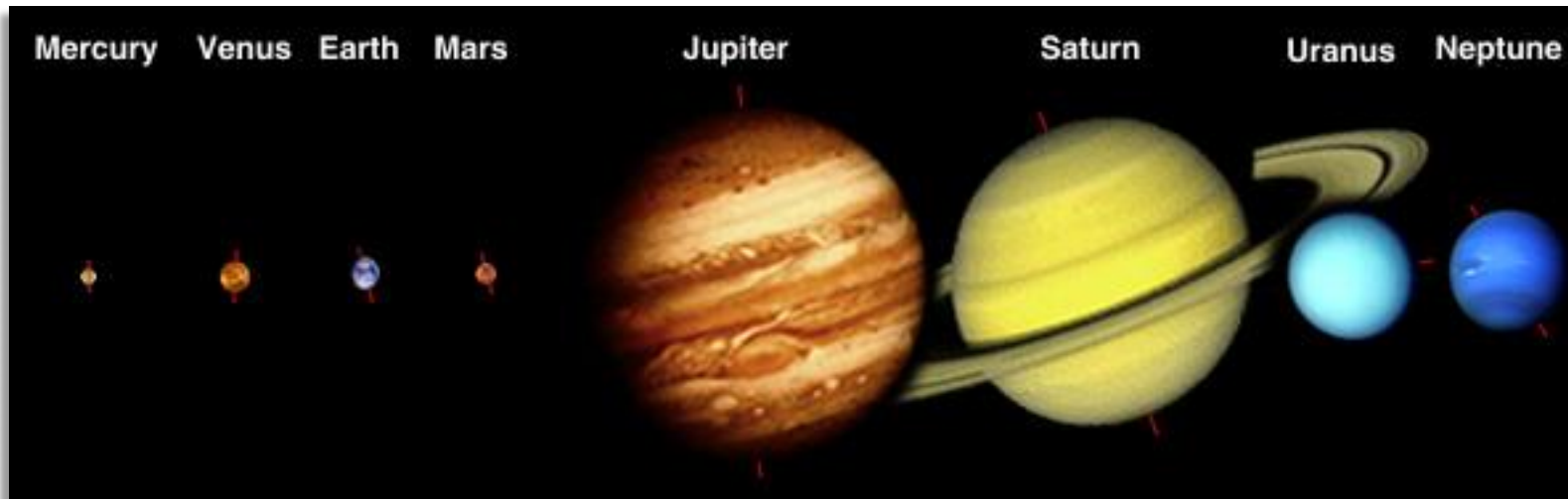
**Antonio Maggio**

INAF – Osservatorio Astronomico di Palermo

# Sommario

1. Il Sistema Solare e le leggi di Keplero
2. Pianeti extra-solari
3. La Via Lattea
4. Curva di rotazione e materia oscura

# Proprietà del Sistema Solare



Le orbite dei pianeti giacciono tutte sullo stesso piano con piccole deviazioni, in particolare del pianeta più vicino al Sole, Mercurio.

$$1 \text{ U.A.} = 1.5 \times 10^8 \text{ km}$$

$$1 \text{ A.L.} = (3 \times 10^5 \text{ km/s}) \times (3.15 \times 10^7 \text{ s}) = 9.45 \times 10^{12} \text{ km}$$

$$1 \text{ pc} = 3.26 \text{ A.L.} = 3.09 \times 10^{13} \text{ km}$$

# Giro, giro tondo

- **Il Sole ruota su se stesso** con un periodo medio attorno ad una ventina di giorni, corrispondente ad una velocità tangenziale equatoriale di circa 2 km/s.
- **I pianeti ruotano attorno al Sole** nello stesso verso e le orbite sono quasi rigorosamente circolari, con l'eccezione di Mercurio. Anche Marte ha un'orbita con un'ellitticità apprezzabile.
- **I pianeti a loro volta ruotano attorno al proprio asse** che per la maggioranza dei pianeti è quasi perpendicolare al piano dell'orbita. Eccezioni importanti sono quella di Venere, che ha un moto retrogrado, e di Urano, che ha l'asse di rotazione quasi parallelo a quello dell'orbita.

# Pianeti interni ed esterni



Attenzione: dimensioni e distanze NON in scala

Pianeti interni, **rocciosi**,  
 $D_{\text{sole}} < 250$  milioni di km









Pianeti esterni o gioviani, **gassosi**  
 $D_{\text{sole}} > 700$  milioni di km

$$R_{\text{PI}} < R_{\text{PE}} \text{ (raggio)}$$

$$M_{\text{PI}} < M_{\text{PE}} \text{ (massa)}$$

$$\rho_{\text{PI}} > \rho_{\text{PE}} \text{ (densità)}$$

Esercizio: calcolare la densità di Saturno (in  $\text{g/cm}^3$ ) sapendo che  $M_{\text{P}} = 95 M_{\oplus}$  ( $M_{\oplus} = 6 \times 10^{24}$  kg) e  $R_{\text{P}} = 6 \times 10^4$  km

planets not shown to scale >>								
	Mercury	Venus	Earth	Mars	Jupiter	Saturn	Uranus	Neptune
Mean Distance from the Sun (AU)	0.3871	0.7233	1	1.524	5.203	9.539	19.19	30.06
Sidereal period of orbit (years)	0.24	0.62	1	1.88	11.86	29.46	84.01	164.79
Mean Orbital Velocity (km/sec)	47.89	35.04	29.79	24.14	13.06	9.64	6.81	5.43
Orbital Eccentricity	0.206	0.007	0.017	0.093	0.048	0.056	0.046	0.010
Inclination to ecliptic (degrees)	7.00	3.40	0	1.85	1.30	2.49	0.77	1.77
Equatorial Radius (km)	2439	6052	6378	3397	71490	60268	25559	25269
Polar Radius (km)	same	same	6357	3380	66854	54360	24973	24340
Mass of planet (Earth=1)	0.06	0.82	1	0.11	317.89	95.18	14.53	17.14
Mean density (grams/centimeter <sup>3</sup> )	5.43	5.25	5.52	3.95	1.33	0.69	1.29	1.64
Body rotation period (hours)	1408	5832	23.93	24.62	9.92	10.66	17.24	16.11
Tilt of equator to orbit (degrees)	2	177.3	23.45	25.19	3.12	26.73	97.86	29.6
Number of observed satellites	0	0	1	2	>28	30	24	8

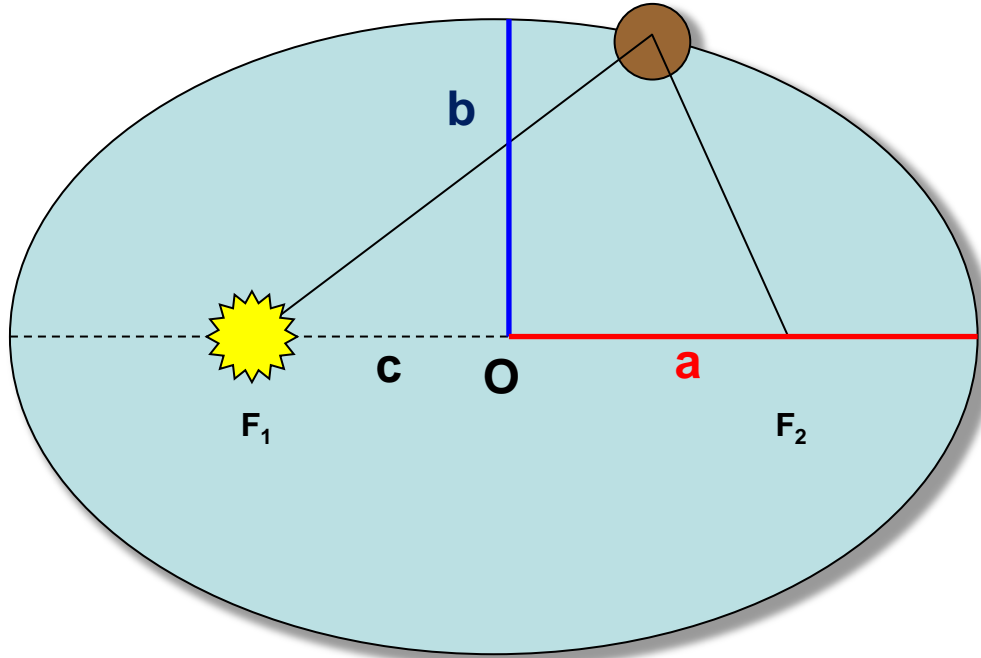
$$D_{TS} = 1.5 \times 10^8 \text{ km} = 1 \text{ U.A.}$$

$$T_{Terra} = 365,25636 \text{ giorni} = 3.16 \times 10^7 \text{ sec}$$

$$M_{Terra} = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$$



# Prima Legge di Keplero



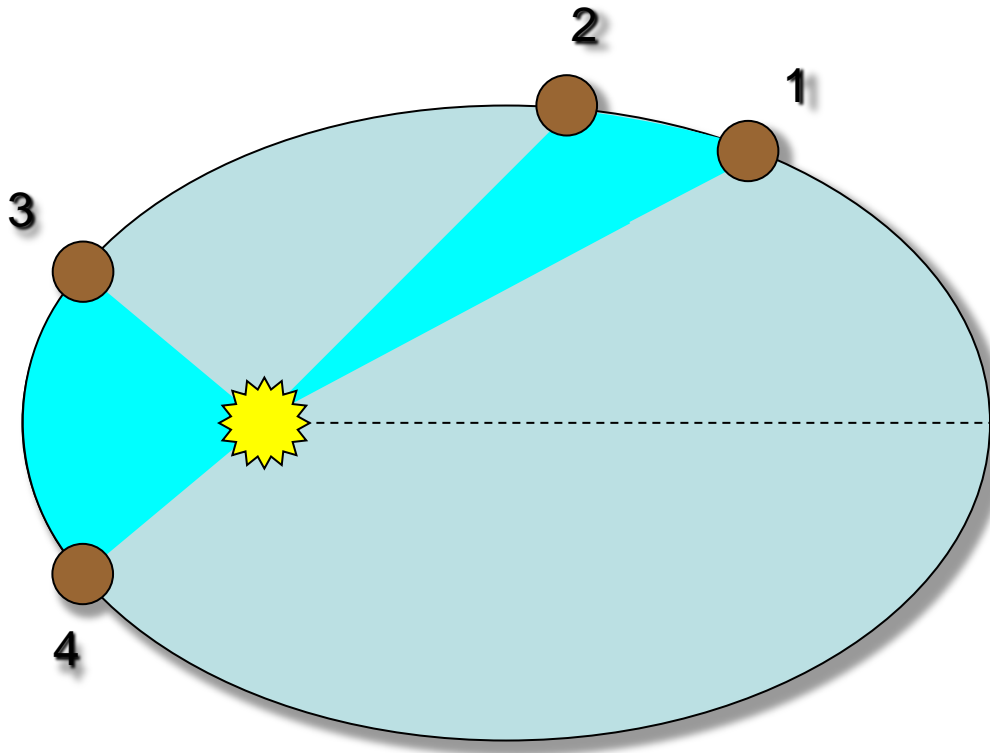
$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$$

$$a^2 - c^2 = b^2$$

$$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

Tutti i pianeti si muovono su orbite ellittiche, di cui il Sole occupa uno dei due fuochi

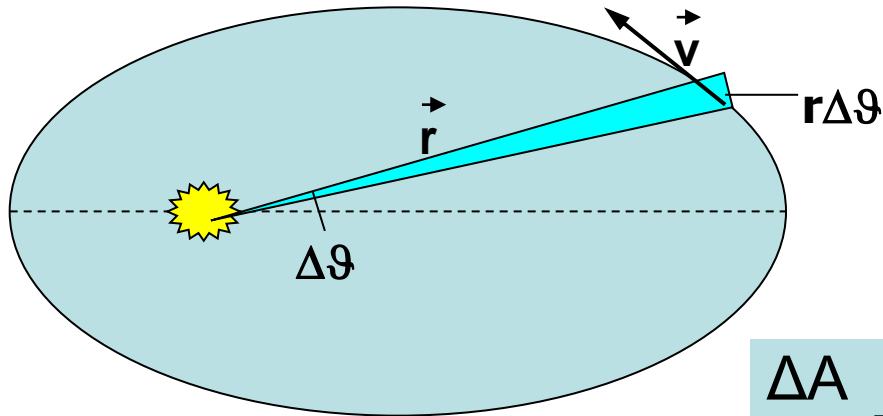
# Seconda Legge di Keplero



$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \text{cost}$$

Il segmento che collega un pianeta al Sole descrive aree uguali in tempi uguali

# Significato della seconda Legge di Keplero



$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{1}{2} \frac{r \Delta \vartheta \cdot r}{\Delta t} = \frac{1}{2} r^2 \frac{\Delta \vartheta}{\Delta t} = \frac{1}{2} r^2 \omega$$

$$\vec{L} = \vec{r} \wedge m \vec{v}$$

$$L = r m (v \sin \theta) = r m v_{\perp} = r m \omega r = m r^2 \omega$$

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{L}{2m}$$

In un sistema isolato il momento angolare si conserva, quindi il secondo membro è una costante

# Terza Legge di Keplero

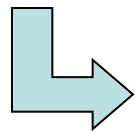
$$\frac{r^3}{T^2} = k$$

Il quadrato del periodo di qualunque pianeta è proporzionale al cubo della sua distanza media dal Sole

$$F_c = ma_c = m\omega^2 r$$

$$F_g = G \frac{Mm}{r^2}$$

Questa legge deriva dall'eguaglianza tra forza centrifuga e forza di gravità



$$F_g = F_c \Rightarrow G \frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r \Rightarrow \omega^2 r^3 = GM$$

$$\omega = \frac{2\pi}{T} \Rightarrow \left(\frac{2\pi}{T}\right)^2 r^3 = GM$$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} = k$$

# Teorema del Viriale

$$G \frac{Mm}{r^2} = m\omega^2 r \quad \text{Bilancio delle forze}$$

$$G \frac{Mm}{r} = m\omega^2 r^2 = m(\omega r)^2 = mv^2$$

$$-G \frac{Mm}{r} + mv^2 = 0$$

$$-G \frac{Mm}{r} + 2\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = 0$$



$$U + 2K = 0$$

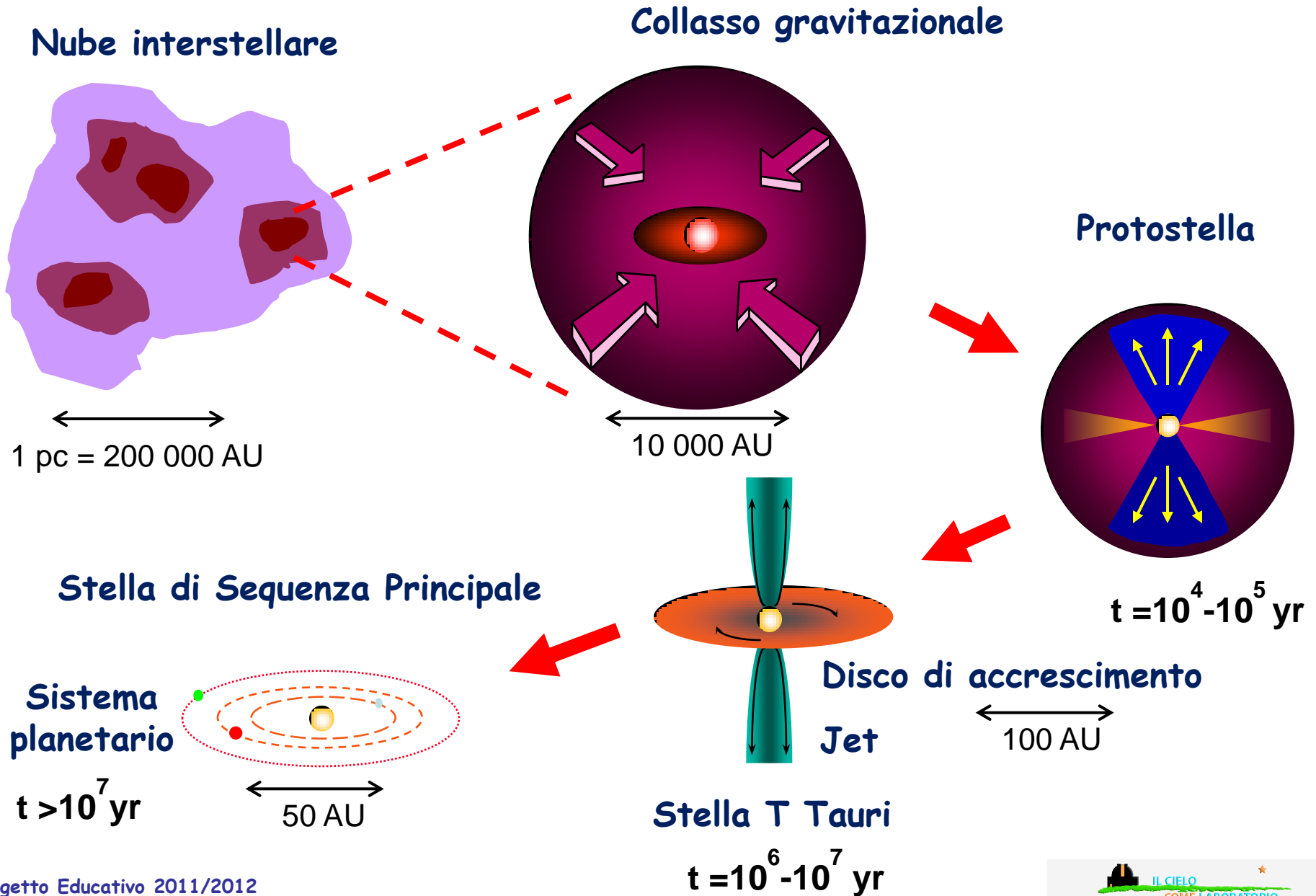
In un sistema fisico in condizioni stazionarie (baricentro in quiete) l'energia potenziale e cinetica totale sono legate.

# Sommario

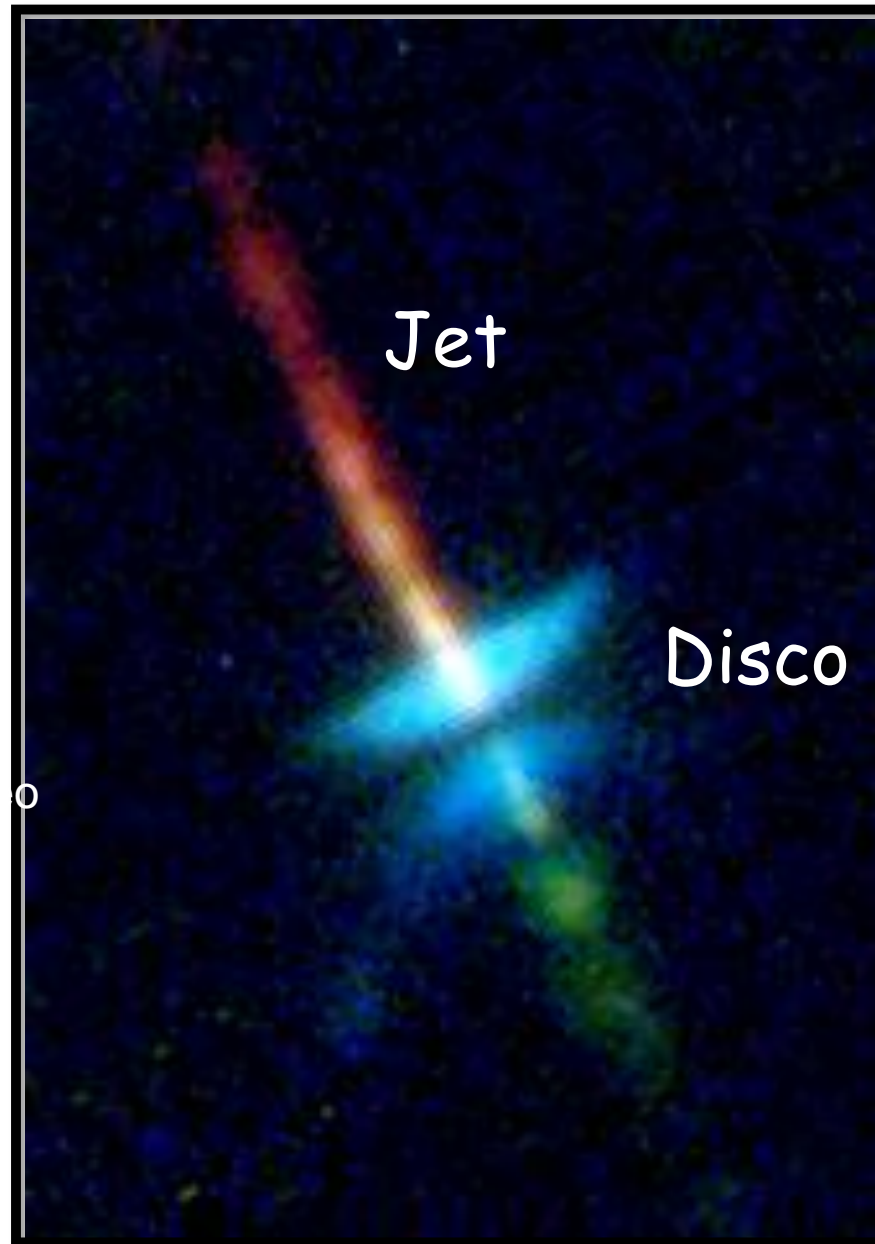
1. Il Sistema Solare e le leggi di Keplero
2. Pianeti extra-solari
3. La Via Lattea
4. Curva di rotazione e materia oscura



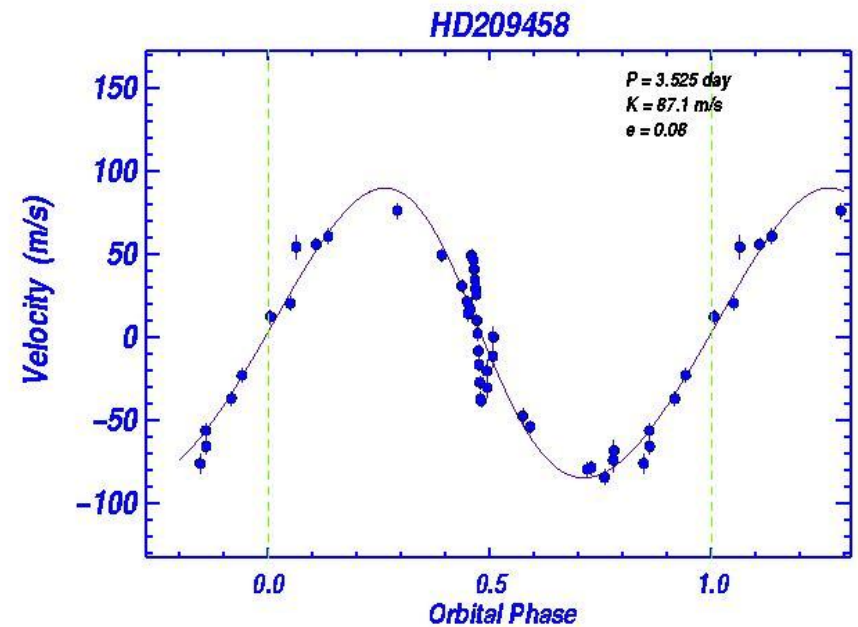
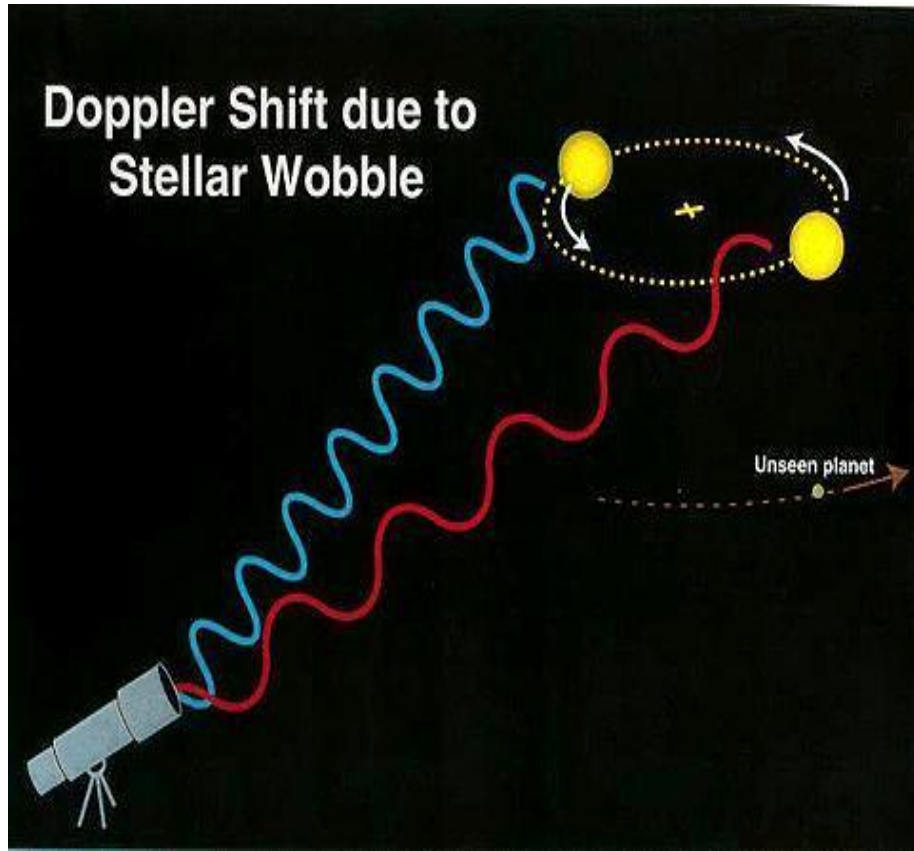
# Formazione stellare e planetaria



# Proto-stelle

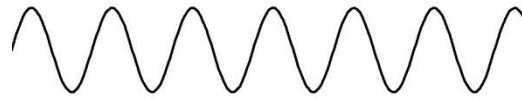


# Ricerca di pianeti extra-solari: tecnica delle velocità radiali



# Effetto Doppler

Sorgente ferma rispetto all'osservatore

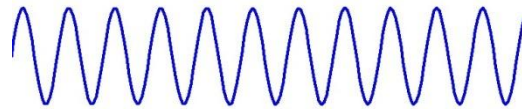


$$f = f_0$$

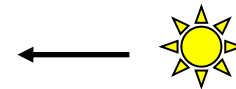


$$V = 0$$

Sorgente che si avvicina



$$f > f_0$$



$$V < 0$$

Sorgente che si allontana



$$f < f_0$$



$$V > 0$$



Osservatore

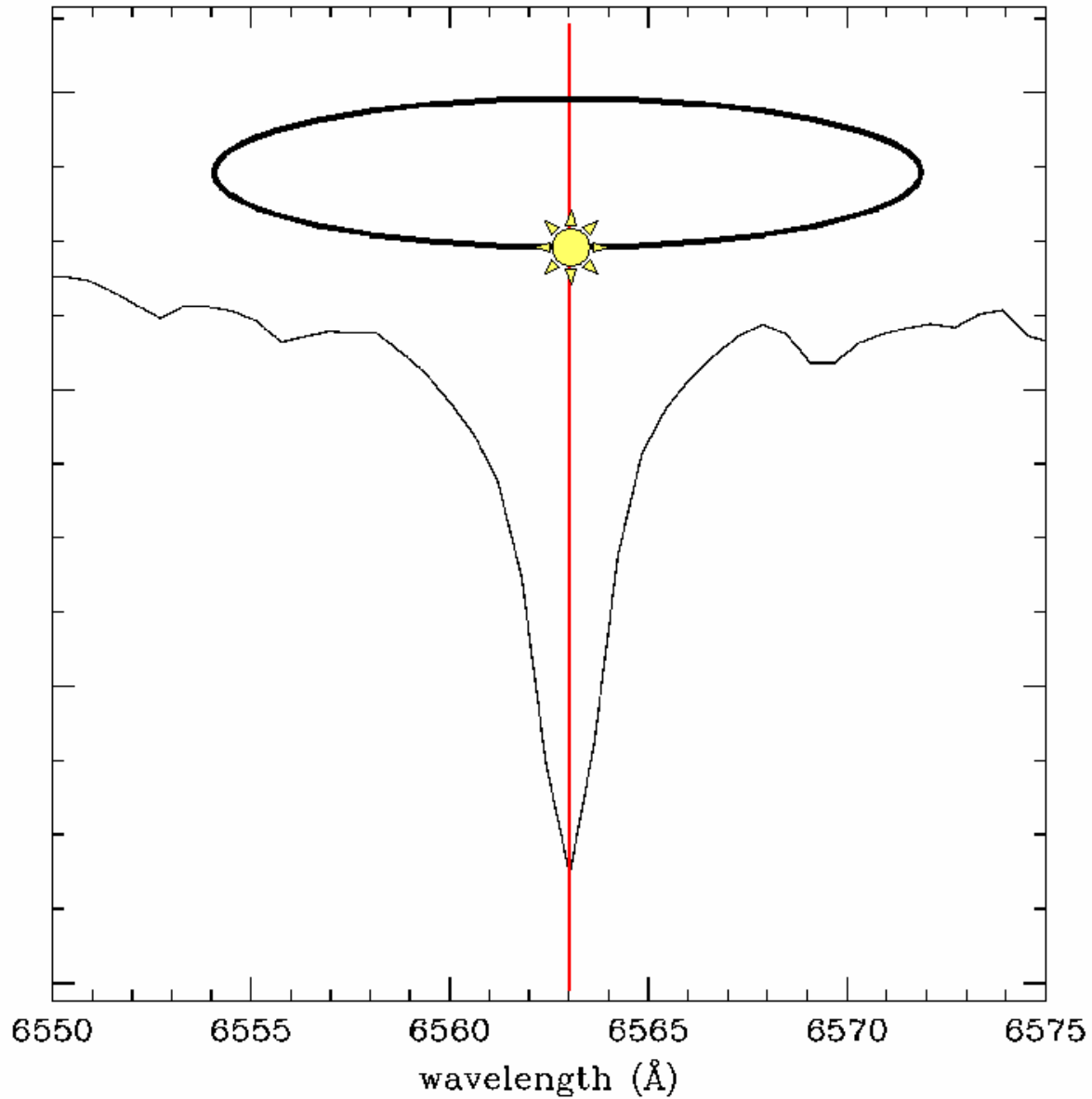
$$f = \frac{f_0}{1 + \frac{v}{c}}$$

$$\frac{c}{\lambda} = \frac{\frac{c}{\lambda_0}}{1 + \frac{v}{c}} \Rightarrow \lambda = \lambda_0 \left( 1 + \frac{v}{c} \right)$$

**Variazione della frequenza e della lunghezza d'onda**

# Effetto Doppler

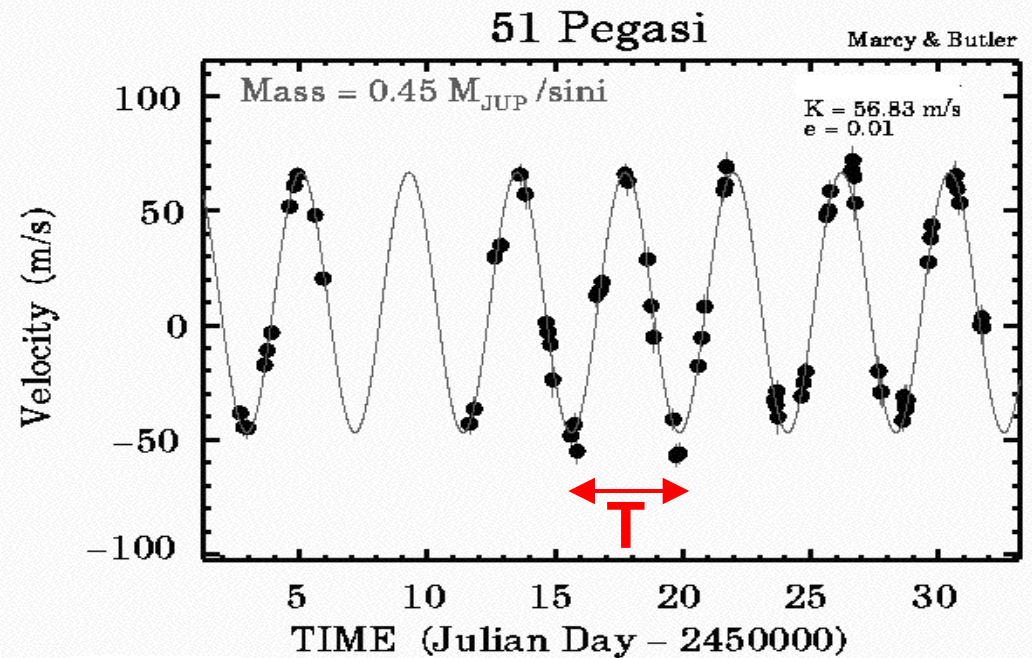
$$\lambda = \lambda_0 \left( 1 + \frac{v}{c} \right)$$



# La scoperta del primo pianeta extra-solare: 51 Pegasi b

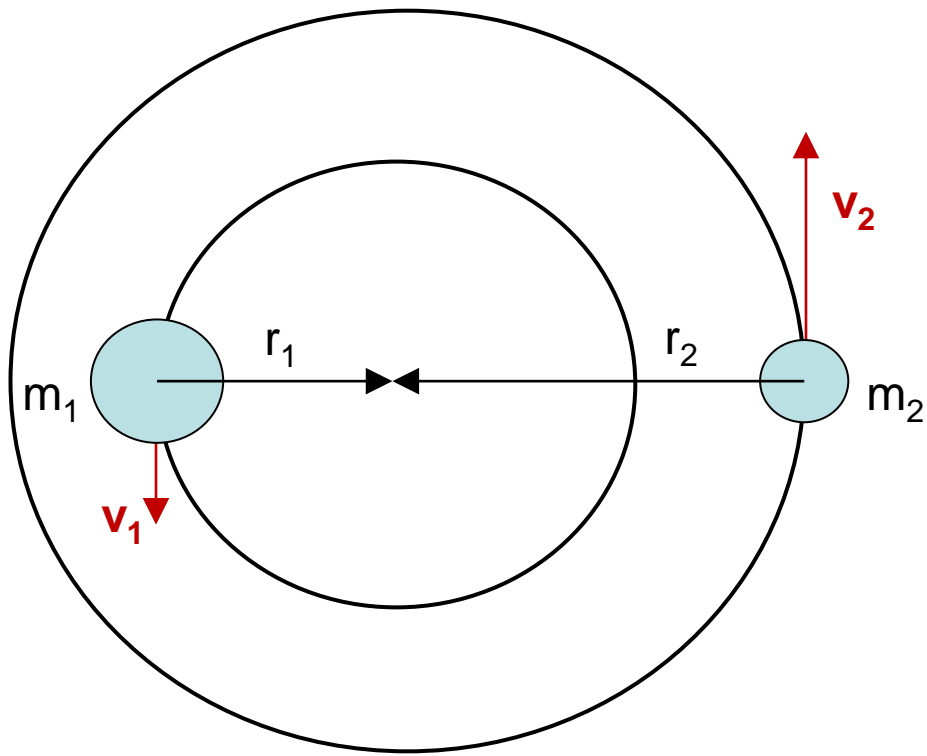


Michel Mayor e Didier Queloz,  
Osservatorio di Ginevra



10 giugno 1995





$$\omega^2 = G \frac{m_1 + m_2}{r^3}$$

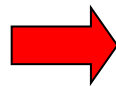
$$v_1 = \omega r \frac{m_2}{m_1 + m_2}$$

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{v_1}{v_2}$$

$$\omega^2 = G \frac{M_*}{r^3}$$

$$v_* \sin i = \omega r \frac{m_p \sin i}{M_*}$$

$$\frac{m_p}{M_*} = \frac{v_*}{v_p}$$

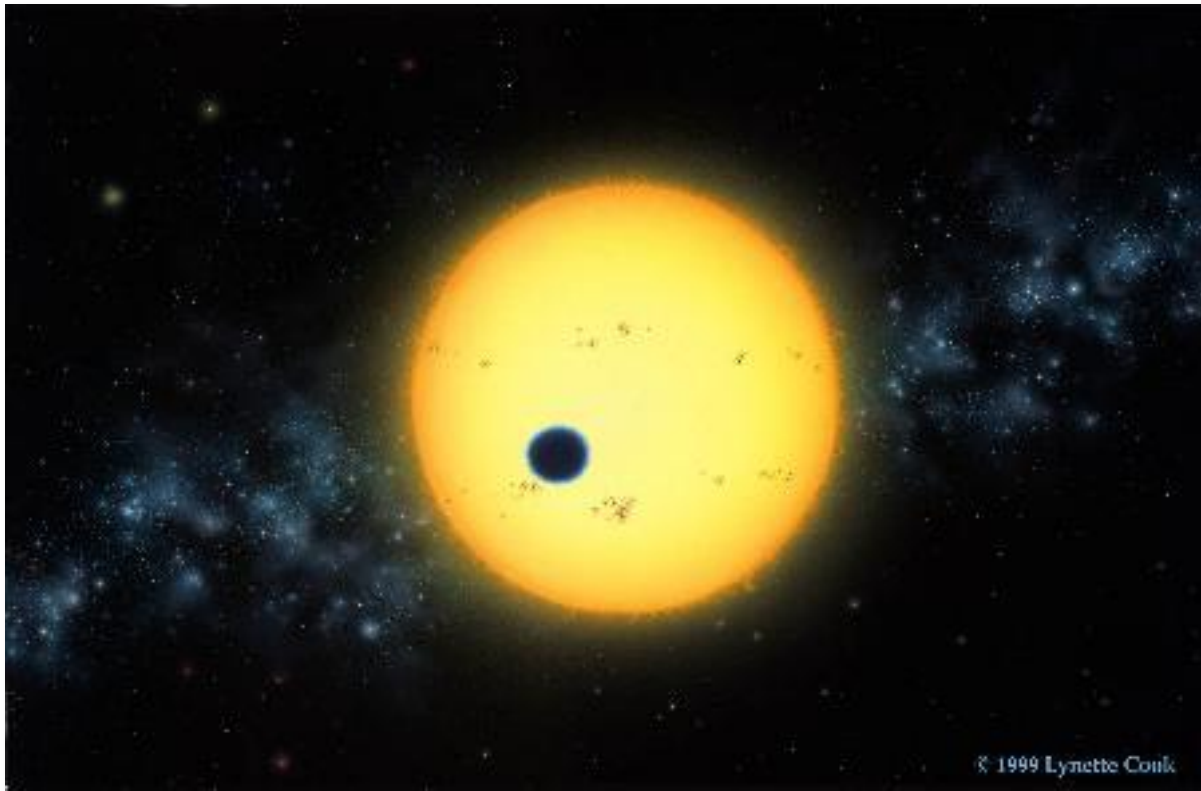


$$m_p \sin i = \frac{\omega r^2}{G} v_* \sin i = \frac{2\pi r^2}{T G} v_* \sin i$$

# Metodo delle velocità radiali

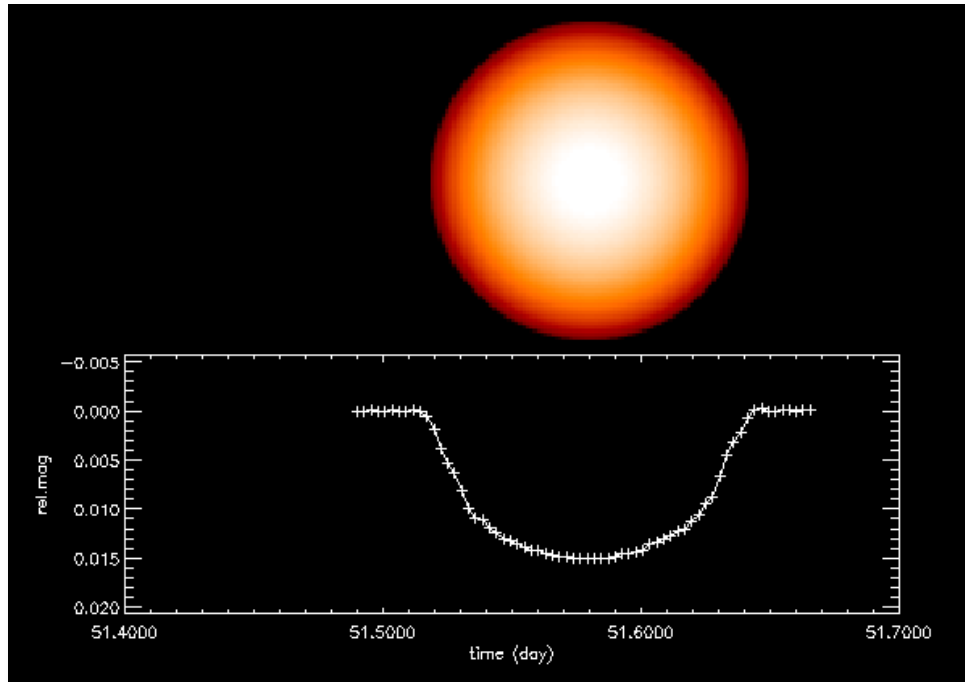
- Il metodo di gran lunga più efficiente
- Pianeti di massa relativamente grande più facili da scoprire
- Velocità del Sole indotta da Giove: 13 m/s
- Velocità indotta dalla Terra: 0.1 m/s
- Precisione tipica delle misure  $\approx 1$  m/s (non dipende dalla distanza!)
- Misure più precise ottenute finora: 50 cm/s

# Tecnica fotometrica: i transiti



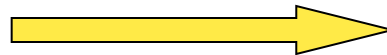
# Ricerca di pianeti extra-solari

## Metodo dei transiti

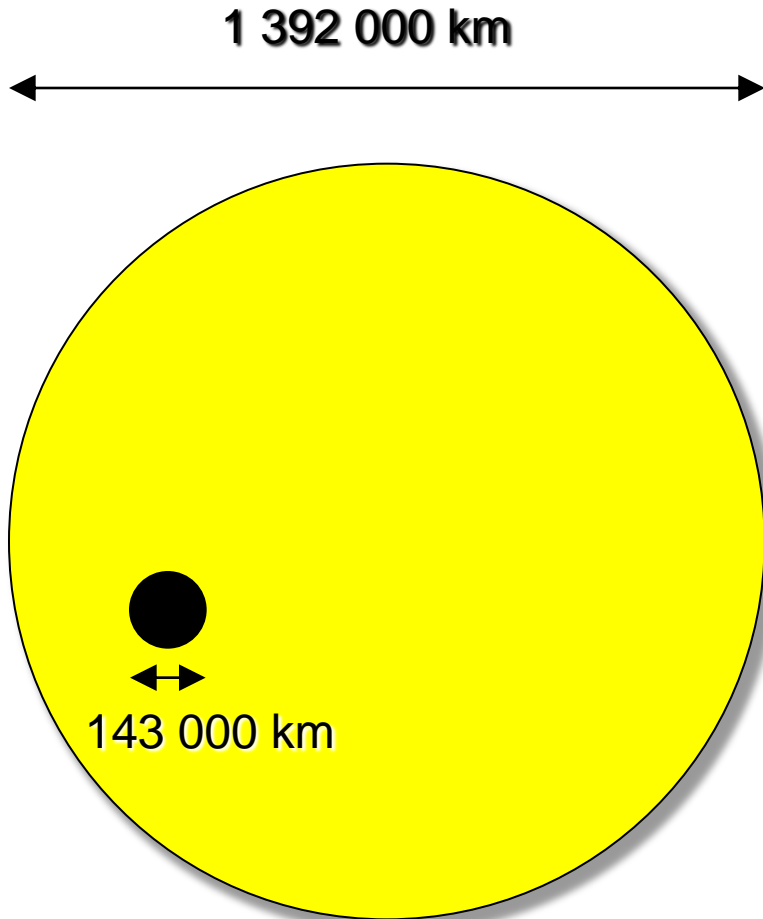


La luce della stella diminuisce leggermente quando un pianeta passa davanti

Il satellite della NASA Kepler, lanciato nel marzo 2009, cerca pianeti extra-solari con questo metodo.



# Esempio: transito di Giove davanti al Sole



Se  $D_{\text{oss}} \gg D_{\text{SG}}$

$$\Omega_{\text{sole}} = \frac{\pi R_{\text{sole}}^2}{D_{\text{oss}}^2}$$

$$\Omega_{\text{giove}} = \frac{\pi R_{\text{giove}}^2}{D_{\text{oss}}^2}$$

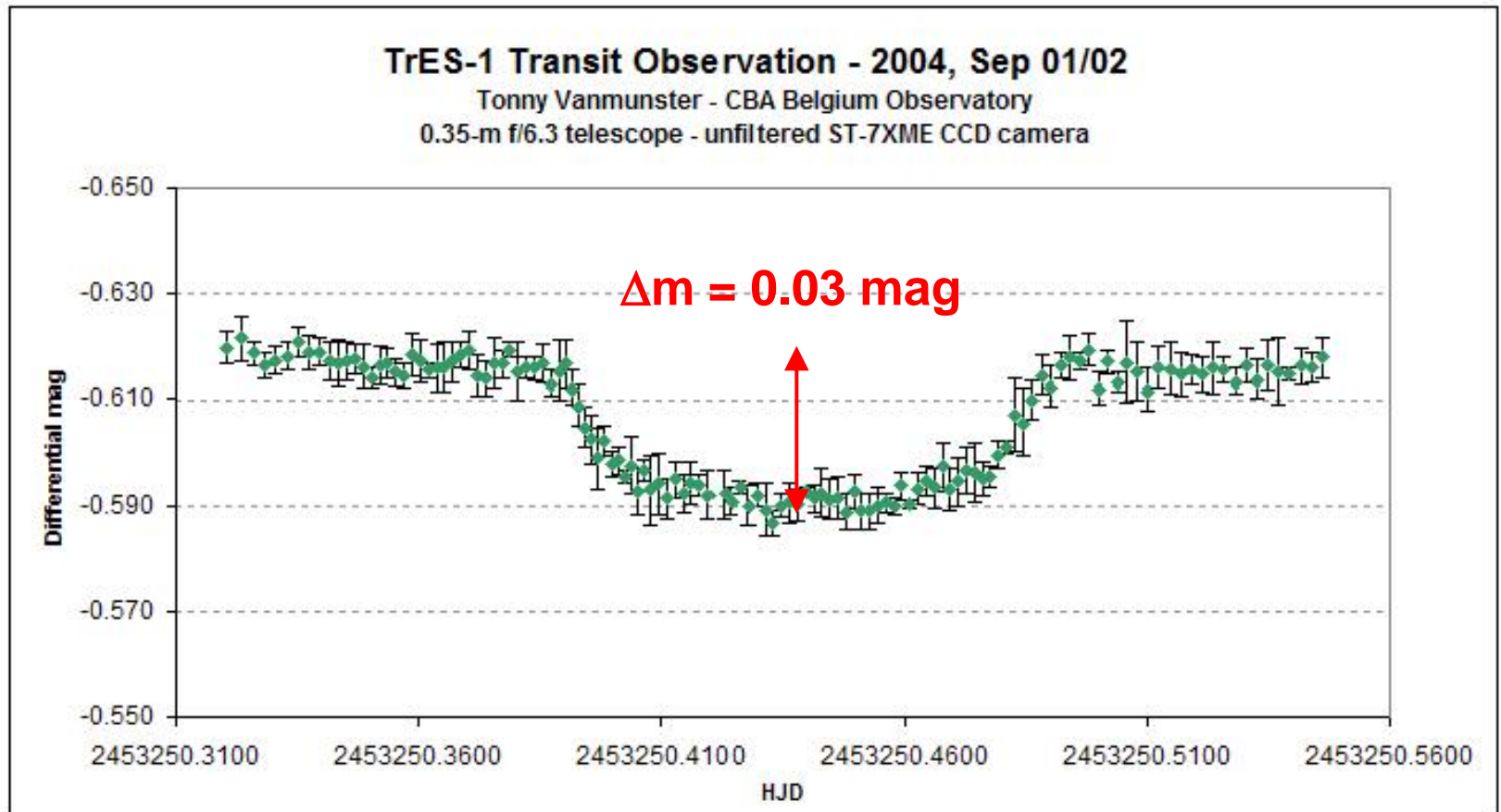
$$\frac{\Omega_{\text{giove}}}{\Omega_{\text{sole}}} = \frac{R_{\text{giove}}^2}{R_{\text{sole}}^2} \approx 0.01$$

$$m'_{\text{sole}} - m_{\text{sole}} = -2.5 \log \left( \frac{f'_{\text{sole}}}{f_{\text{sole}}} \right)$$

$$f'_{\text{sole}} = f_{\text{sole}} - f_{\text{sole}} \cdot \frac{\Omega_{\text{giove}}}{\Omega_{\text{sole}}} = f_{\text{sole}} \left( 1 - \frac{\Omega_{\text{giove}}}{\Omega_{\text{sole}}} \right)$$

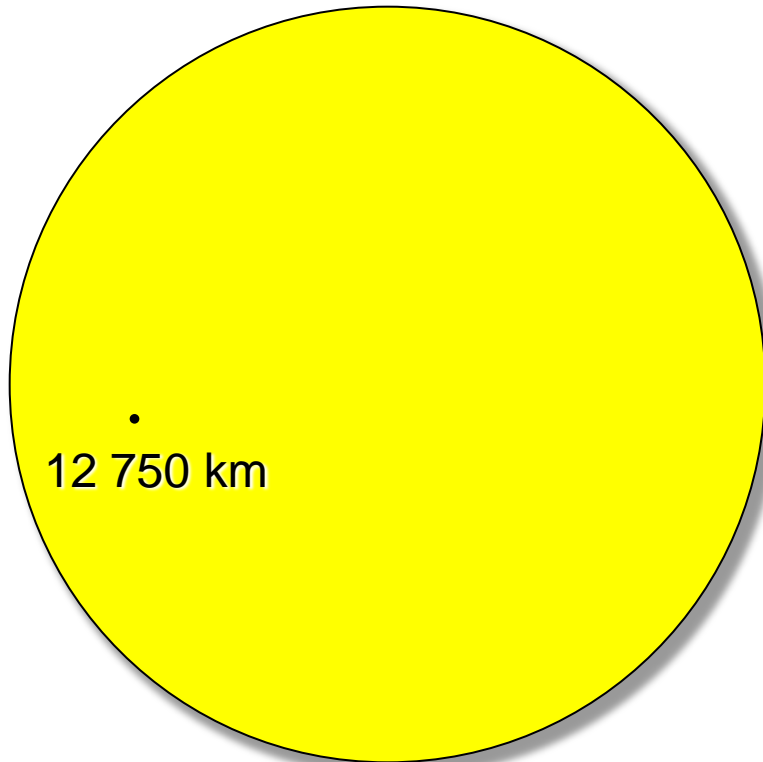
$$\Delta m_{\text{sole}} = -2.5 \log \left( 1 - \frac{\Omega_{\text{giove}}}{\Omega_{\text{sole}}} \right) = 0.01$$

# Un pianeta gioviano extra-solare



# Esempio: transito di Terra davanti a un Sole

1 392 000 km



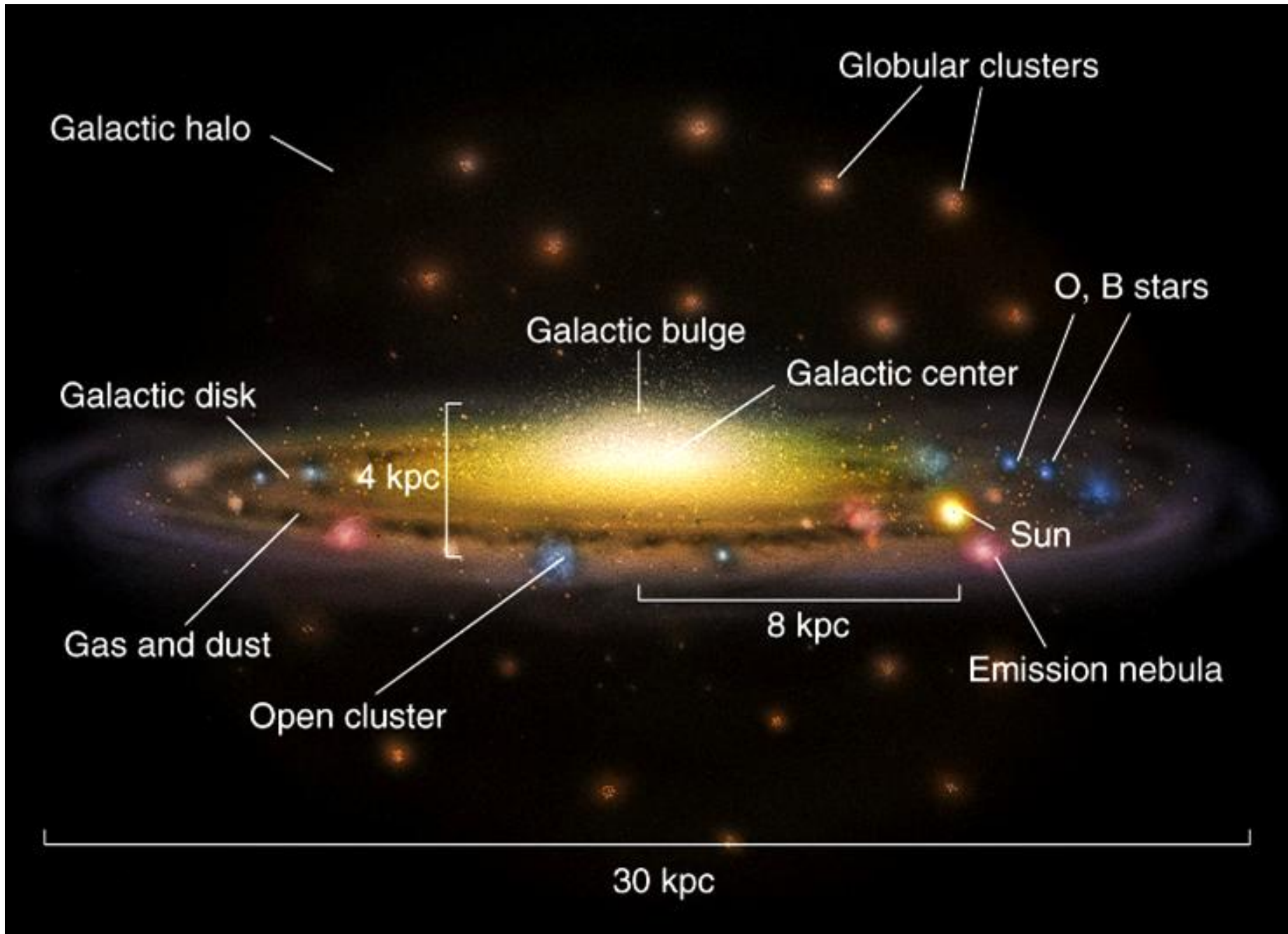
$$\frac{\Omega_{\text{terra}}}{\Omega_{\text{sole}}} = \frac{R_{\text{terra}}^2}{R_{\text{sole}}^2} \cong 0.000084$$

$$\Delta m_{\text{sole}} = -2.5 \log \left( 1 - \frac{\Omega_{\text{terra}}}{\Omega_{\text{sole}}} \right) \cong 0.0001$$

# Sommario

1. Il Sistema Solare e le leggi di Keplero
2. Ricerca di pianeti extra-solari
3. La Via Lattea
4. Curva di rotazione e materia oscura





# Via Lattea - Scheda

Luminosità  $\sim 2 \times 10^{10} L_{\odot}$

Massa  $\sim 2 \div 6 \times 10^{11} M_{\odot}$

$\varnothing$  disco  $\sim 10^5$  anni-luce

$h_{\odot}$  disco  $\sim 10^3$  anni-luce

Numero di stelle  $\sim 4 \times 10^{11}$

Densità media di stelle  $\sim 1 \star$  per  $125 \text{ anni-luce}^3$

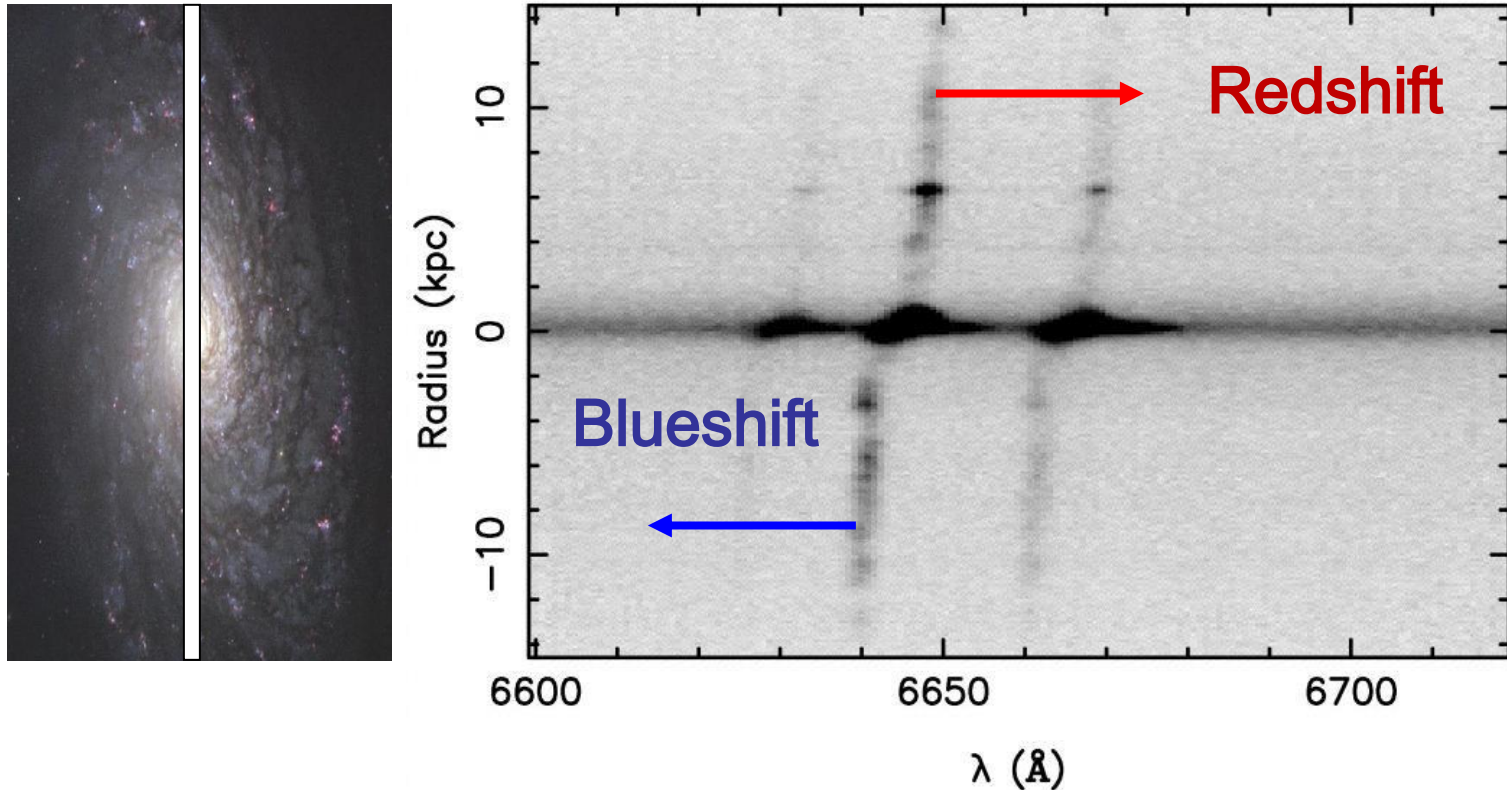
Separazione media fra stelle  $\sim 5$  anni-luce

La stella più vicina al Sole, Proxima Centauri, si trova a  $\sim 4.3$  anni-luce

# Sommario

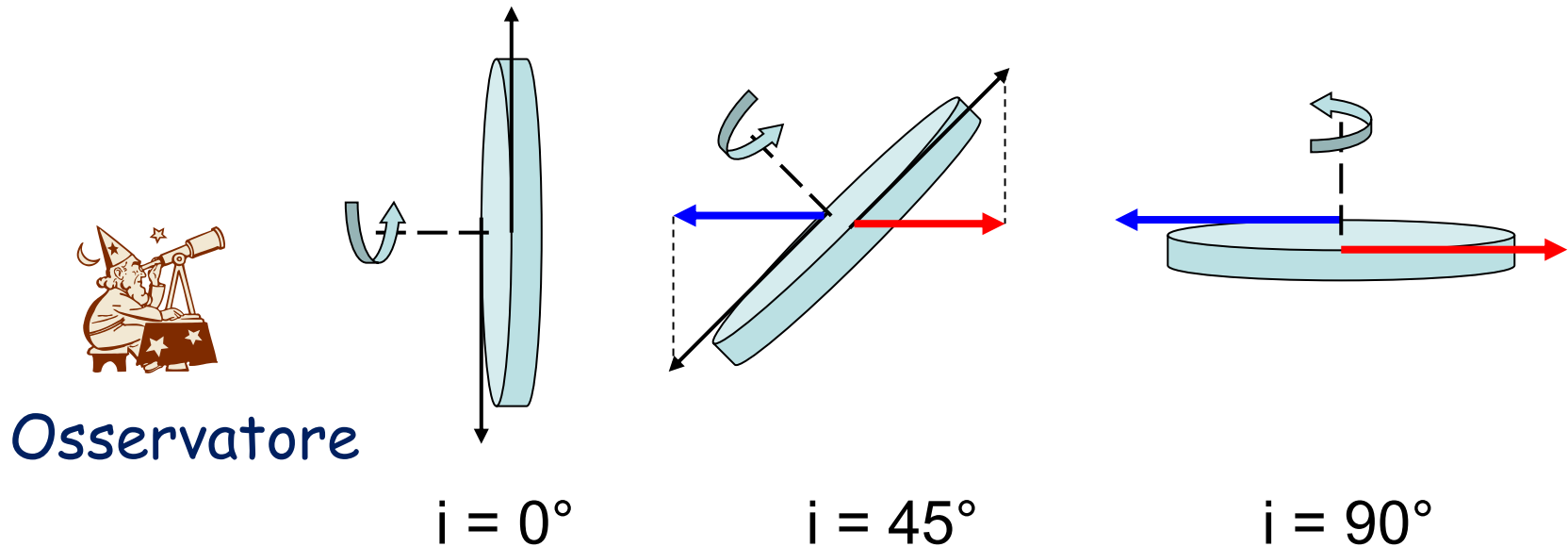
1. Il Sistema Solare e le leggi di Keplero
2. Ricerca di pianeti extra-solari
3. La Via Lattea
4. Curva di rotazione e materia oscura

# Misura della velocità di rotazione



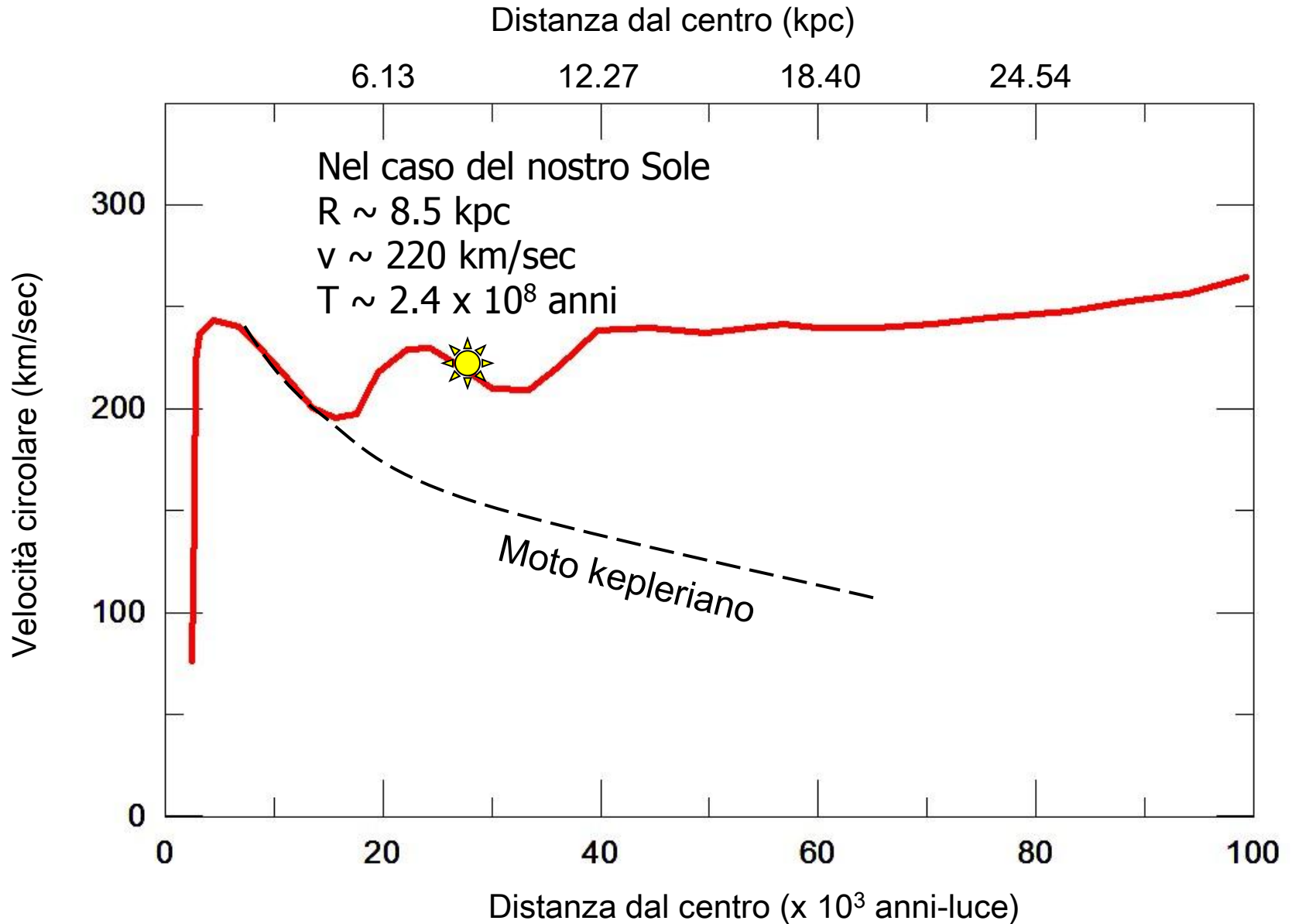
$$\lambda = \lambda_0 \left( 1 + \frac{v}{c} \right) \Rightarrow z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{v}{c} \quad \text{Effetto Doppler}$$

# Velocità osservata e velocità effettiva

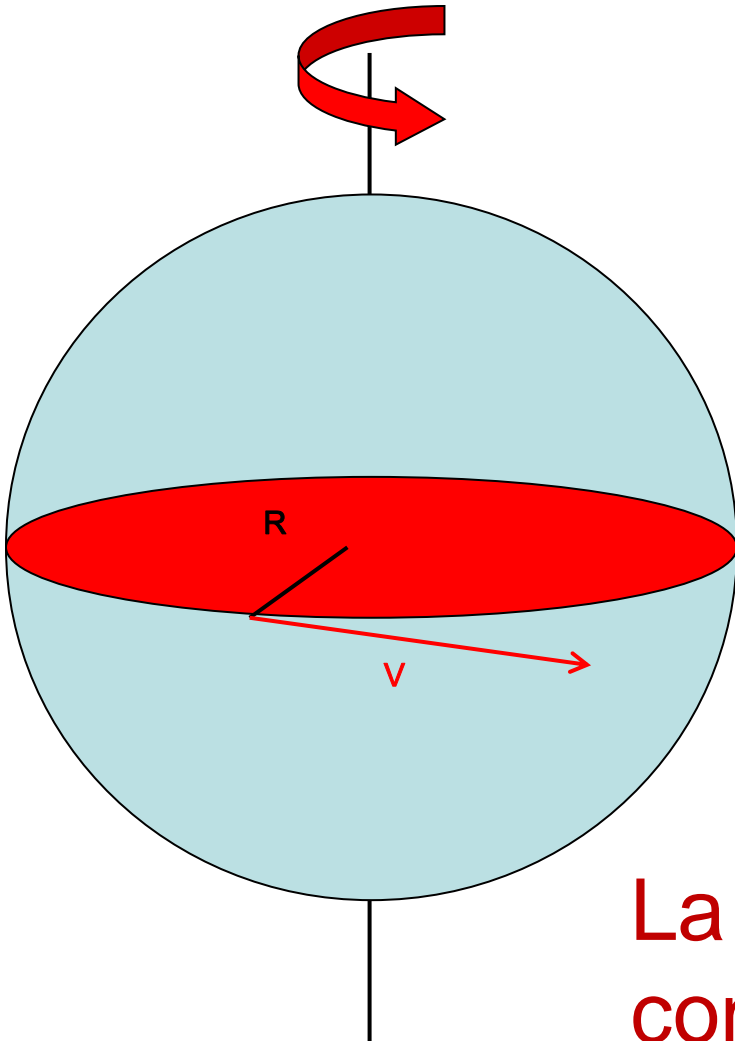


La velocità che determina l'effetto Doppler è quella radiale, ovvero la componente proiettata lungo la linea di vista dell'osservatore, quindi  $v_{\text{oss}} = v \sin i$

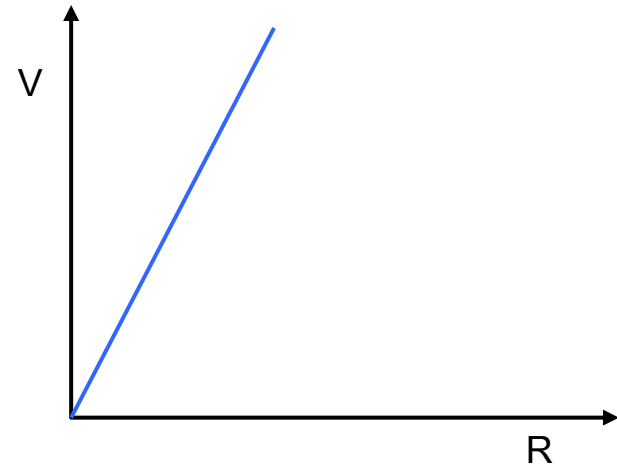
# Curva di rotazione della Galassia



# Rotazione rigida o di corpo solido



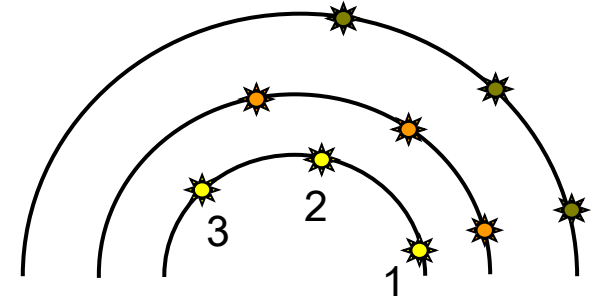
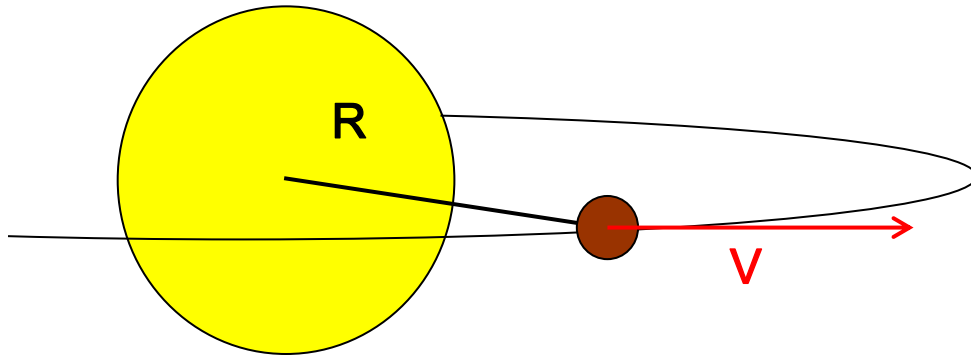
$$V = \omega R \Rightarrow V \propto R$$



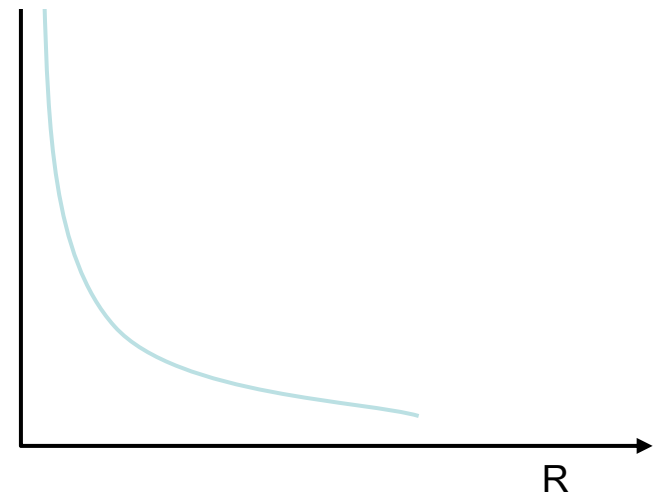
La velocità cresce linearmente con la distanza dal centro



# Rotazione kepleriana



Rotazione differenziale



3<sup>a</sup> Legge di Keplero

$$\frac{R^3}{T^2} = k$$

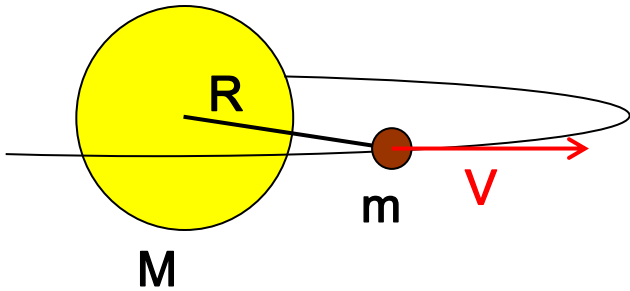


$$\left(\frac{R}{T}\right)^2 \cdot R = k$$
$$V^2 R = k$$
$$V \propto R^{-1/2}$$



La velocità decresce come l'inverso della radice quadrata della distanza dal centro

# Dalla velocità alla massa



$$F_{\text{grav}} = F_{\text{cent}}$$

$$G \frac{Mm}{R^2} = m \frac{V^2}{R}$$

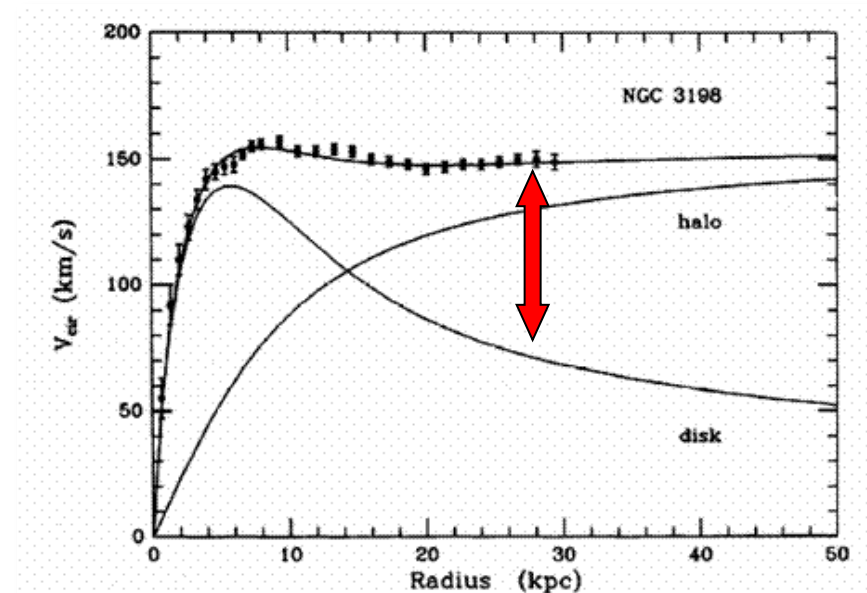
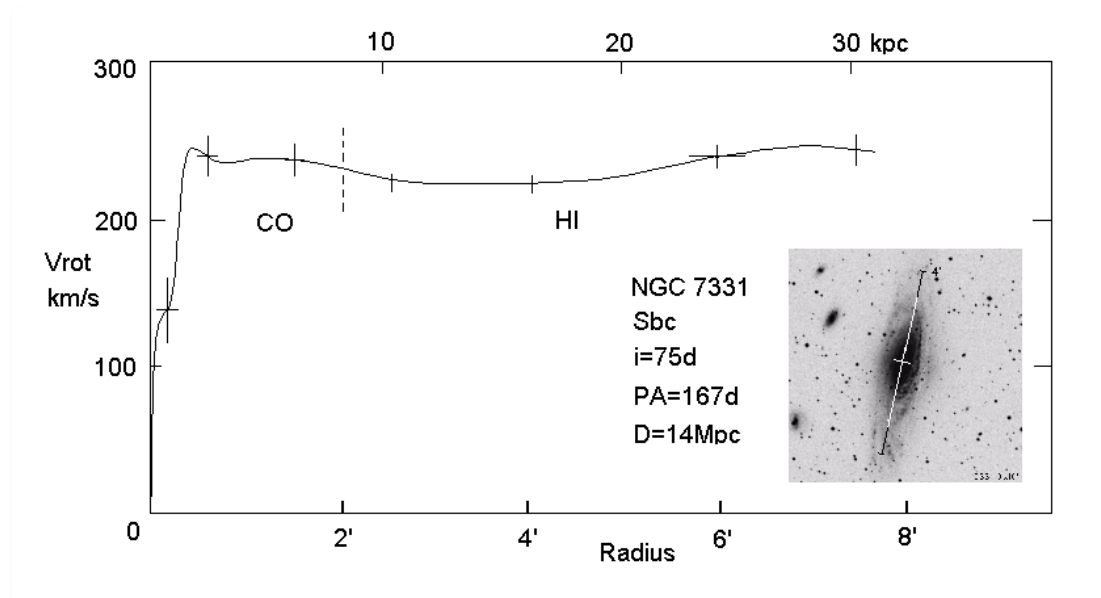


$$M = \frac{RV^2}{G}$$

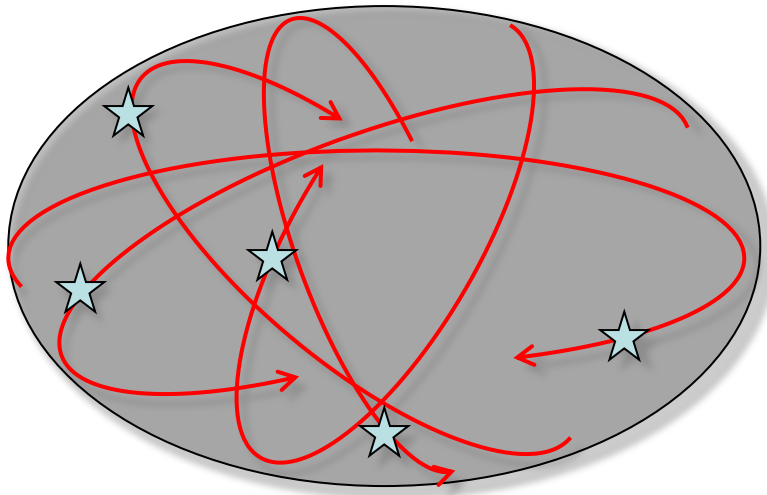
$$G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ sec}^{-2}$$

Dalla misura della velocità  $V$  di un corpo a distanza  $R$  dal centro si può risalire alla massa  $M$  che genera l'attrazione gravitazionale e quindi il moto

# Evidenza di materia oscura!



# Moti caotici nel *bulge* delle galassie a spirale



Le stelle si muovono in orbita attorno al centro galattico ma in modo disordinato. E' possibile definire una **velocità media** delle stelle

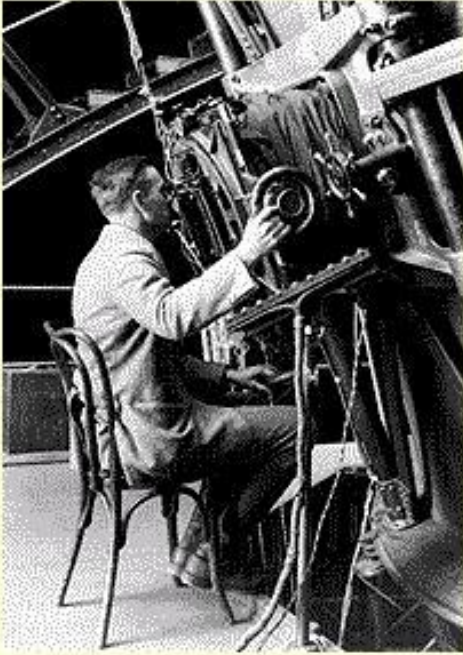
$$\bar{v} = \frac{\sum_{i=1}^N v_i}{N}$$

e una **dispersione di velocità**

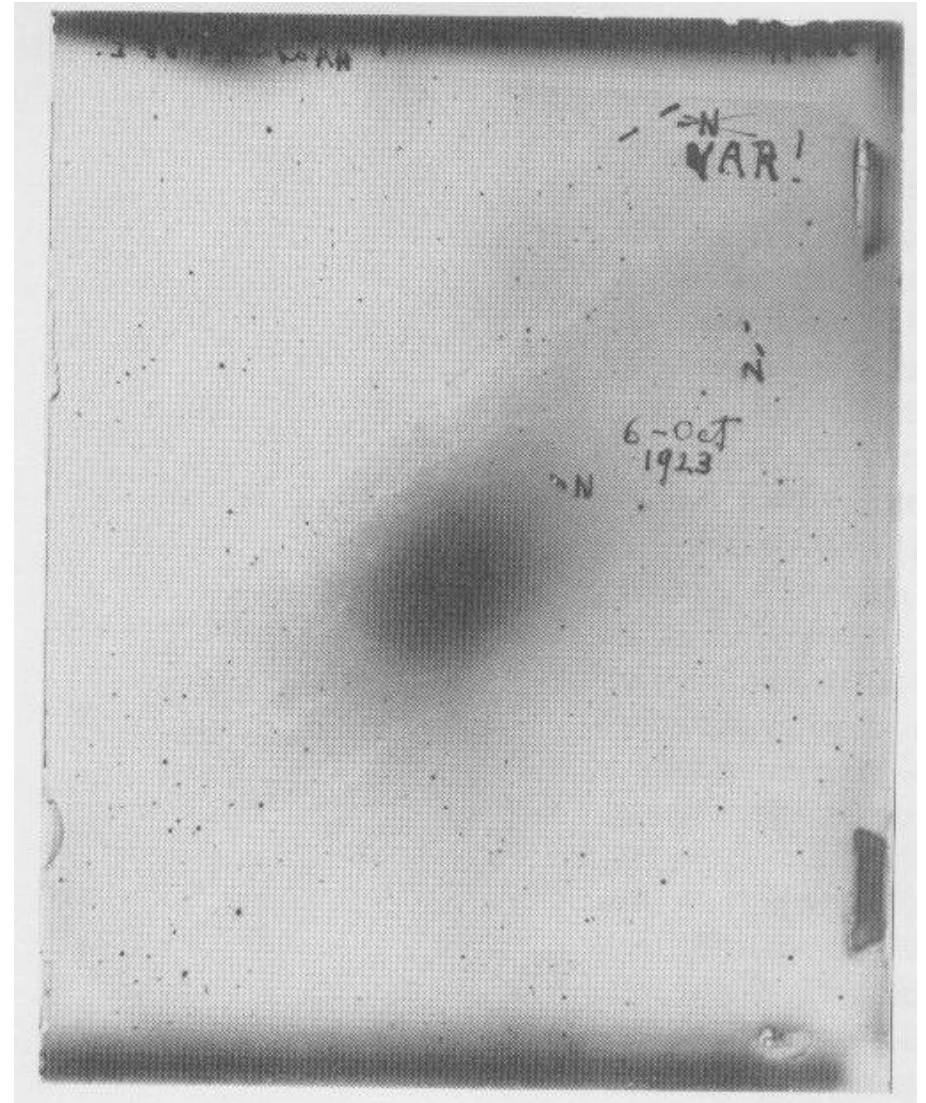
$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^N (v_i - \bar{v})^2}{N-1}}$$

Il risultato complessivo appare come una rotazione rigida.

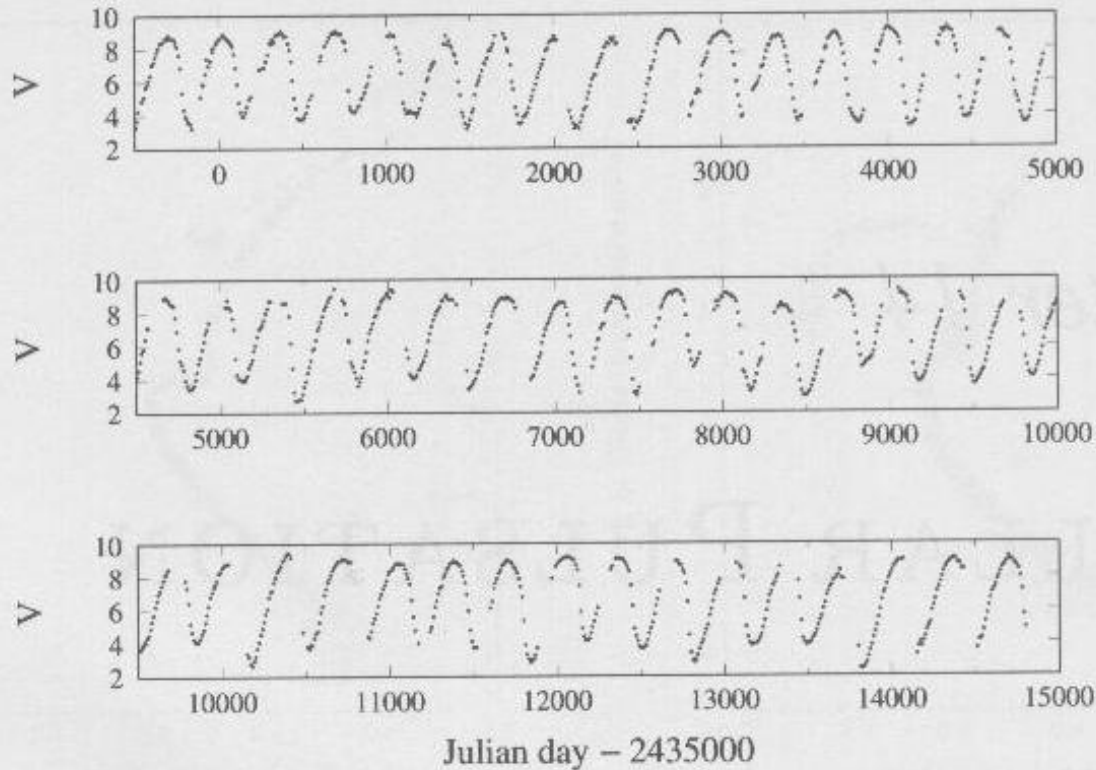
# La distanza delle galassie



Fu Hubble nel 1924 a determinare per la prima volta la distanza della galassia di Andromeda (M31)



# Stima della distanza con le Cefeidi



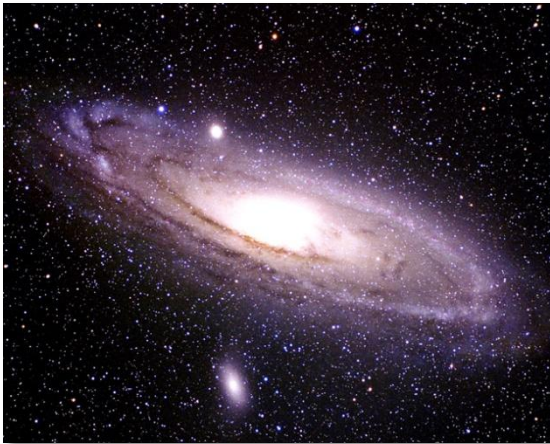
Hubble osservò le Cefeidi di M31. Queste sono un tipo di stelle variabili per cui è nota una relazione tra il periodo di variabilità e la magnitudine assoluta.

$$M = -2.8 \log P - 1.4$$

Nota la magnitudine apparente, si può determinare il modulo di distanza.



# Stima della distanza con le Cefeidi



Immaginiamo che Hubble abbia misurato:

$$m = 20.0 \text{ mag}$$

$$P = 10 \text{ giorni}$$

$$M = -2.8 \log P - 1.4 = -2.8 \log(10) - 1.4 = -4.2$$

$$M = m + 5 - 5 \log d \Rightarrow d = 10^{\left(\frac{m-M+5}{5}\right)} \text{ pc}$$

$$d = 10^{\left(\frac{20+4.2+5}{5}\right)} \text{ pc} \cong 690 \text{ kpc}$$

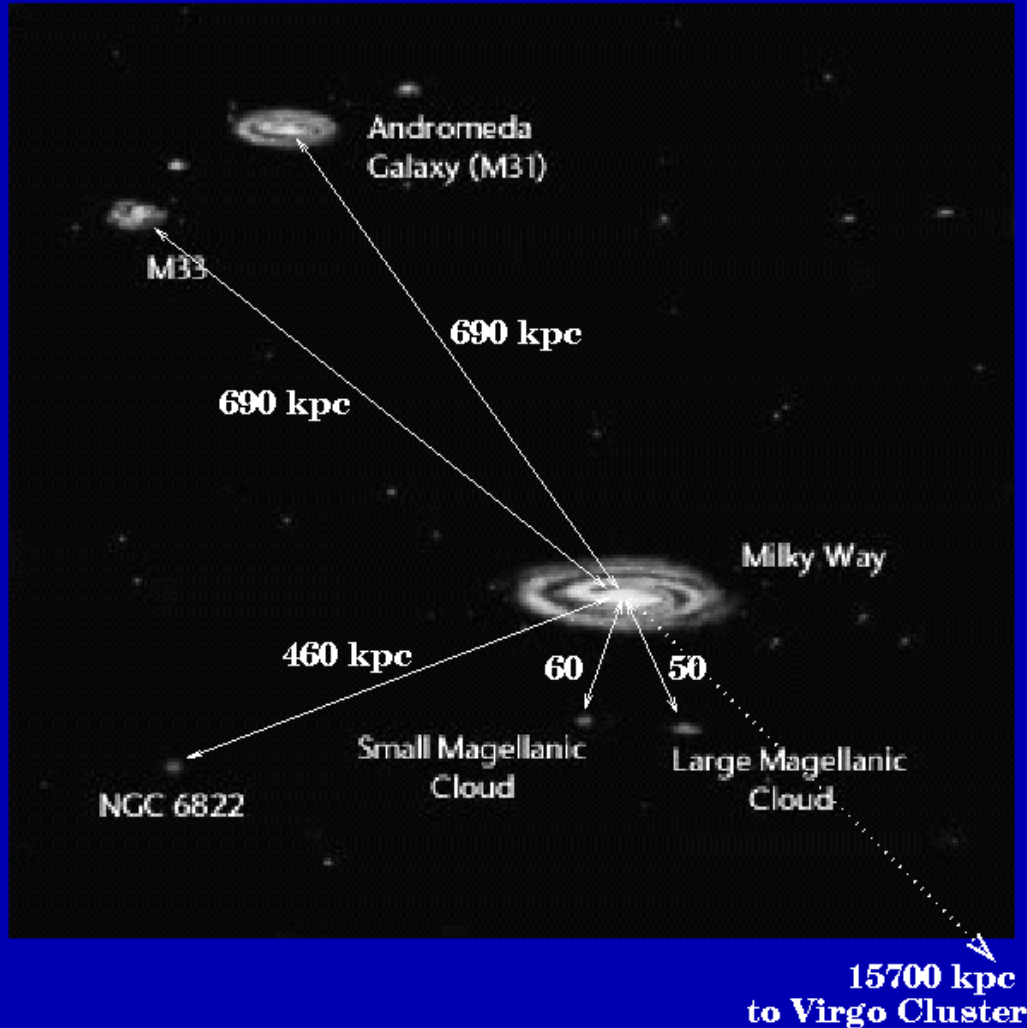
M31 dista circa 700 kpc da noi.

Poiché il diametro della Via Lattea è circa 30 kpc,

**M31 è un oggetto esterno alla nostra Galassia**



# Il gruppo locale



Ci sono altre galassie nei dintorni della Via Lattea, oltre a M31. Abbiamo M33, la galassia nel Triangolo, le due Nubi di Magellano, e altre ancora. Tutte queste formano il cosiddetto Gruppo Locale.

1 kpc ~ 3000 anni luce

## Proprietà delle stelle (Magnitudini, Colori, etc.):

[http://www.ioncmaste.ca/homepage/resources/web\\_resources/CSA\\_Astro9/files/multimedia/unit2/magnitudes/magnitudes.html](http://www.ioncmaste.ca/homepage/resources/web_resources/CSA_Astro9/files/multimedia/unit2/magnitudes/magnitudes.html) (Applet non bellissimo sulla magnitudine delle stelle)

<http://zebu.uoregon.edu/2003/ph122/lec04.html> (ci sono un paio di Applet per vedere CN e spettri)

<http://www.cosmobrain.com/cosmobrain/res/nearstar.html> (database di stelle vicine)

<http://www.cosmobrain.com/cosmobrain/res/brightstar.html> (database di stelle brillanti)

<http://www.essex1.com/people/speer/main.html> (stelle di sequenza principale)

<http://www.1728.com/magntude.htm> (calcola le magnitudini bolometriche)

<http://www.brera.inaf.it/utenti/stefano/calvino/majorana/Sole/Sole.htm> (caratteristiche del Sole)

<http://jumk.de/calc/lunghezza.shtml> (tabella di conversione)

## Il Corpo Nero e Spettri:

<http://www.colorado.edu/physics/phet/simulations/blackbody/blackbody.swf>

<http://webphysics.davidson.edu/Applets/spectrum/default.html>

<http://csep10.phys.utk.edu/guidry/java/planck/planck.html>

<http://staff.imsa.edu/science/astro/blackbody/>

[http://www.ii.metu.edu.tr/~astr201/demo/lecture\\_notes/section7/bbody/bbody.html](http://www.ii.metu.edu.tr/~astr201/demo/lecture_notes/section7/bbody/bbody.html)

<http://ww2.unime.it/weblab/ita/physlet/blackbody/corponero.htm>

<http://webphysics.davidson.edu/Applets/BlackBody/intro.html>

<http://www.lon-capa.org/~mmp/applist/Spectrum/s.htm>

<http://mo-www.harvard.edu/Java/MiniSpectroscopy.html>

[http://www.ioncmaste.ca/homepage/resources/web\\_resources/CSA\\_Astro9/files/multimedia/unit2/stellar\\_spectra/stellar\\_spectra.html](http://www.ioncmaste.ca/homepage/resources/web_resources/CSA_Astro9/files/multimedia/unit2/stellar_spectra/stellar_spectra.html)

## Simulazioni di Diagrammi HR:

<http://instruct1.cit.cornell.edu/courses/astro101/java/evolve/evolve.htm>

<http://hypnagogic.net/sim/>

<http://www.mhhe.com/physsci/astronomy/applets/Hr/frame.html>

<http://www.astro.ubc.ca/~scharein/a311/Sim/hr3/HRdiagram.html>

<http://star-www.dur.ac.uk/~afont/evol.html>

<http://astro.u-strasbg.fr/~koppen/starpop/StellarEvolution.html>

[http://www.maris.com/content/applets/05\\_StarLifeTime.html](http://www.maris.com/content/applets/05_StarLifeTime.html)